EXERCICES REPERAGE DU PLAN 1ére Partie (S 32111)

EXERCICE 1 :

Une droite est munie d'un repère $(O,\vec{i})$.On place les points A, B, C, D de cette droite d'abscisses respectives $4\ ;\dfrac{15}{2}\ ;-1\ ;\dfrac{-11}{3}$

1°) Calculer $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AD}$, $\overline{CA}$.

2°) Déterminer l'abscisse x des points M dans chacun des cas suivants :

a) $\overline{AM} = 3$ b) $2\,\overline{CM} + \overline{MA} = 1$ c) $2\,\overline{OB} = 3\,\overline{AM}$ d) $0 \le \overline{CM} \le 2$

EXERCICE 2 :

Sur un axe (D), on considère deux points A et B d'abscisses respectives − 1 et 2 .

1°) Placer le point C tel que $\overline{CA} = 2\,\overline{CB}$.

2°) Montrer qu'il existe un point M tel que : $\overline{MA} + 2\,\overline{MB} = 0$.

3°) Quels sont les points M de (D) tels que $MA^2 - 4\,MB^2 = 0$?

EXERCICE 3 : On considère une droite muni d' un repère $(O,\vec{u})$

1. Placer les points suivants définies par les abscisses A(-3) ; B(5) ;C(-4).
2. Calculer les abscisses de I et J milieux des segments [AB] et [AC].
3. Calculer $\overline{OA}.\overline{BC}+\overline{OB}.\overline{CA}+\overline{OC}.\overline{AB}$

EXERCICE 4: On considère une droite muni d' un repère $(I,\vec{u})$ et trois points A,B et C tels que :

$$\overline{AB}=-\frac{3}{2}\ et\ \overline{BC}=\frac{5}{2}$$

1. Démontrer que ; pour tout point M de la droite on a : $\overline{MA}-2\overline{MB}+\overline{MC}=4$
2. Calculer de même : $\overline{MA}+2\overline{MB}-3\overline{MC}$ puis $-2a\overline{MA}+(1+a)\overline{MB}+(a-1)\overline{MC}$.

EXERCICE 5 :

I/ ABCD est un parallélogramme. E est un point du segment [AD] . La parallèle à (AB) passant par E coupe (AC) en G et (BC) en F. Montrer que : $\dfrac{\overline{EG}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{EC}}{\overline{FC}}$. (Voir figure 1)

II / ABCD est un trapèze. Les diagonales (AC) et (BD) se coupent en O .
Par O, on trace une parallèle à (AB) qui coupe (AD) en I et (BC) en J .

Démontrer que $\dfrac{\overline{IO}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{OJ}}{\overline{AB}}$. Que peut-on en déduire pour I, O, et J ? (Voir figure 2)

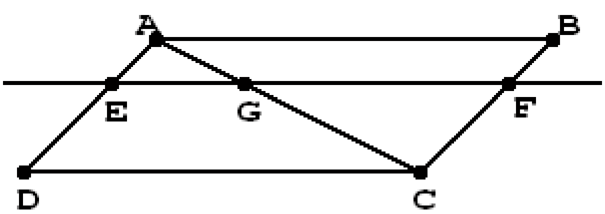

Figure 1

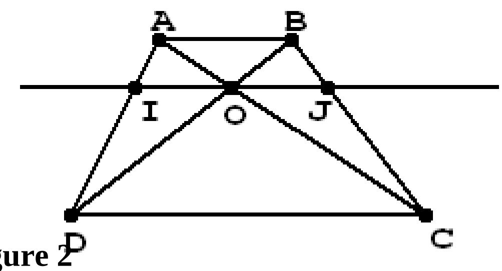

Figure 2

EXERCICE 6: On considère une base $(\vec{i}\ ;\vec{j})$ de l' ensemble des vecteurs $\mathcal{V}$ du plan vectoriel et les vecteurs : $\vec{u}=\vec{i}+\vec{j}$ et $\vec{v}=\vec{i}-2\vec{j}$

1. Montrer que $(\vec{u}\ ;\vec{v})$ est une base de V
2. Soit $\vec{w}$ un vecteur de coordonnées (x ;y) dans la base $(\vec{i}\ ;\vec{j})$;

Quelle sont les coordonnées (X ;Y)dans la base $(\vec{u};\vec{v})$

<u>EXERCICE 7:</u> On donne un triangle ABC non aplati et les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ définis par :

$\vec{u} = (3-\sqrt{2})\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\vec{v} = 7\overrightarrow{AB} + (3+\sqrt{2})\overrightarrow{AC}$.

1. Justifier que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ forment une base du plan (ABC)
2. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont – ils colinéaires ?

<u>EXERCICE 8 :</u>

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs dont les coordonnées relativement à la base $(\vec{i}, \vec{j})$ sont respectivement (1, 2) et (− 1, − 3) .

1°) Montrer que $(\vec{u}, \vec{v})$ est une base de l'ensemble des vecteurs du plan .

2°) Exprimer $\vec{i}$ et $\vec{j}$ à l'aide de $\vec{u}$ et $\vec{v}$

3°) Soit $\overrightarrow{w_1}$ et $\overrightarrow{w_2}$ et $\overrightarrow{w_3}$ trois vecteurs dont les coordonnées dans $(\vec{i}, \vec{j})$ sont respectivement (1, 2) , (6, − 4) et (− 3 , 2) . Quelles sont les coordonnées de $\overrightarrow{w_1}$, $\overrightarrow{w_2}$ et $\overrightarrow{w_3}$ dans $(\vec{u}, \vec{v})$

4°) Calculer les déterminants des couples de vecteurs suivants dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$ puis dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$

$(\overrightarrow{w_1}, \overrightarrow{w_2})$; $(\overrightarrow{w_2}, \overrightarrow{w_3})$ et $(\overrightarrow{w_1}, \overrightarrow{w_3})$

<u>EXERCICE 9</u>:

Soit un triangle ABC. On note I le milieu de [CB], J le milieu de [CI] et on définit trois points E, F et D par :

$\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$

1. Faire une figure.
2. On se place maintenant dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$
   - **a.** Déterminer les coordonnées des points A, B, C, I, D, E, F définis précédemment (Justifier).
   - **b.** Démontrer que les coordonnées de J sont $\left(\frac{1}{4};\frac{3}{4}\right)$
3. Déterminer une équation de la droite (AJ) et démontrer que E appartient à (AJ).
4. Déterminer une équation de la droite (DJ) et démontrer que F appartient à (DJ).Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{FE}$, que peut on en conclure pour le quadrilatère ABEF ?

<u>EXERCICE 10</u>

Soit ABC un triangle et α un réel . On définit trois points P, Q, R par :

$\overrightarrow{CR} = -\alpha\overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{CQ} = \alpha\overrightarrow{CA}$; $\overrightarrow{AP} = \alpha\overrightarrow{AB}$

1°) Faire une figure pour $\alpha = -2$

2°) Déterminer dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ les coordonnées des points P, Q et R en fonction de α .

3°) Exprimer dans la base $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{PQ}$ et $\overrightarrow{PR}$ à l'aide de α .

4°) Déterminer α pour que P, Q , R soient alignés et distincts .

5°) Faire la figure dans ce cas et montrer que Q est alors le milieu de [PR]