VECTEURS DU PLAN

Exercice 1 :

OAB est un triangle, D et C les points tels que : $\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{O}$.

1) Démontrer que O est le milieu de [CD].

2) E et F sont les points tels que : $\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}$ et $\overrightarrow{OF}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$. Démontrer que ABFE est un parrallélogramme.

Exercice 2 : A,B,C,D sont quatre points .

1) Construire les points E,F tels que $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$.

2) Montrer que $\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$

Exercice 3 :

$ABCD$ est un parrallélogramme, I et J les points tels que : $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$. Soit G le point tels que : $\overrightarrow{IG}=\frac{3}{5}\overrightarrow{IJ}$.

Construire la figure et montrer que les points A, C, G sont alignés.

Exercice 4 :

Dans un triangle ABC, on considére par M le milieu de [AB], par I celui de [MC] et K le point tel que $\overrightarrow{CK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$

1)Montrer que $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

2)En déduire que les points A , I, K sont alignés.

Exercice 5 :

ABC un triangle ,O un point quelconque ,G et P les points tels que:$\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}-3\overrightarrow{OC}$

1) Montrer que $3\overrightarrow{OG}=\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}$.

2) Montrer que les droites (OP) et (CG) sont parrallèlles.

Exercice 6 : Soit ABCD un parallélogramme. :

1) Construire les points I, J et K définis par $\overrightarrow{AI}=\frac{3}{8}\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$

2°) Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{IB}$ et $\overrightarrow{KJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

3) En déduire que les droites (BI) et (JK) sont parallèles.

4) Soit H le symétrique de K par rapport à C. Montrez que I, J et H sont alignés.

Exercice 7 :

Soit ABCD un parallélogramme. On considère le point E défini par : $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{DA}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et le point F symétrique de D par rapport à E.

1) Démontrer que ADBF est un parallélogramme.

2) Démontrer que E est le milieu de [AB] et B le milieu de [CF].

Exercice 8 :

On définit sur les cotés d'un triangle ABC , les points A',B, C'et les égalités vectorielles suivantes :

$\overrightarrow{A'B} + k\,\overrightarrow{A'C} = \vec{0}$; $\overrightarrow{B'C} + k\,\overrightarrow{B'A} = \vec{0}$ et $\overrightarrow{C'A} + k\,\overrightarrow{C'B} = \vec{0}$, où k est un réel différent de (-1)

1) M étant un point du plan quelconque, démontrer que : $\overrightarrow{MB} + k\,\overrightarrow{MA} = (1 + k)\,\overrightarrow{MA'}$;

$\overrightarrow{MC} + k\,\overrightarrow{MA} = (1 + k)\,\overrightarrow{MB'}$ puis que $\overrightarrow{MA} + k\,\overrightarrow{MB} = (1 + k)\,\overrightarrow{MC'}$

2) Soit G le centre de gravité du triangle ABC. En prenant M= G et en utilisant les trois égalités précédentes démontrer que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

Exercice 9 :

ABCD est un trapèze tel $\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AD}$, k est un nombre réel et M le point défini par $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AB}$ se projette en K sur (AC)

et en N sur (CD) parrallélement à (BC).

1) Montrer que $\overrightarrow{MK}=2k\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{NK}=(1-k)\overrightarrow{AD}$.

2) Déterminer le réel k pour que K soit le milieu de [MN],puis pour que $\overrightarrow{MN}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$