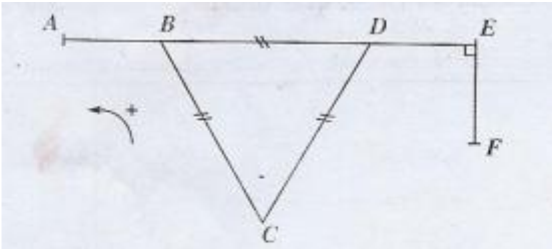
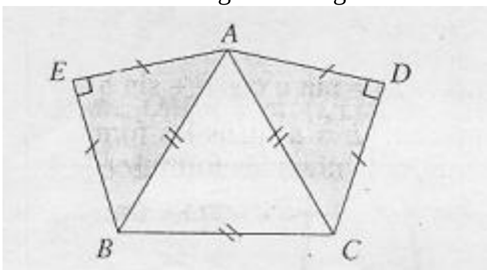
SERIE : ANGLES ET TRIGONOMETRIE (S5 2212)

Exercice 1 :
Dans la figure ci-dessous, les points A, B, D et E sont alignés ; BCD est un triangle équilatéral et la droite (EF) est perpendiculaire à (DE).



Par lecture graphique, donner la mesure principale des angles orientés : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC})$, $(\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DC})$, $(\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{EF})$ et $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{EF})$.

Exercice 2 :
ABC est un triangle équilatéral ; ADC et AEB sont des triangles rectangles isocèles.



Donner la mesure principale, en radians, des angles orientés suivants :

a) $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$; **b)** $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DA})$; **c)** $(\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{EA})$; **d)** $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD})$; **e)** $(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AD})$; **f)** $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BE})$

Exercice 3 :
Soit ABCD un losange tel que mes $\left(\widehat{\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB}}\right) = \frac{\pi}{3}$. ($\sum$) le cercle circonscrit au triangle ABD de centre O. [AT) la demie tangente au cercle ($\sum$) en A.

1) Déterminer les mesures principales en radian des angles $\left(\widehat{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}}\right)$; $\left(\widehat{\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CA}}\right)$; $\left(\widehat{\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AT}}\right)$; $\left(\widehat{\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AT}}\right)$
2) Convertir en degré les mesures des angles orientés $\left(\widehat{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}}\right)$; $\left(\widehat{\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CA}}\right)$.
3) On donne OA = 2cm. Calculer la longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$.

Exercice 4 : On donne $\mathrm{Sin}\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2}\,\sqrt{3}-1)}{2}$.
Déterminer les valeurs exactes de $Cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ **et** Tan$\left(\frac{\pi}{12}\right)$. En déduire les valeurs de $Cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)$ **et** $Sin\left(\frac{11\pi}{12}\right)$

Exercice 5 : On donne $\mathrm{Sin}\left(\frac{7\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$.

1) Calculer la valeur exacte $\mathrm{Cos}\left(\frac{7\pi}{8}\right)$.
2) Calculer les lignes trigonométriques des angles $\frac{\pi}{8}$; $\frac{3\pi}{8}$; $\frac{9\pi}{8}$
3) Représenter les ponts images $A\left(\frac{\pi}{8}\right)$; B $\left(\frac{3\pi}{8}\right)$; C $\left(\frac{7\pi}{8}\right)$ **et** D $\left(\frac{9\pi}{8}\right)$ sur un cercle trigonométrique.

Exercice 6 Simplifier les expressions suivantes

A = $\mathrm{Cos}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 3Sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 2Cos(x - \pi)$

B = $3\,\mathrm{Cos}(\pi - x) + Cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + Cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

C= $\mathrm{Cos}^2(\pi - x) + Cos^2(\pi + x) - Sin^2(\pi + x)$

D = $\mathrm{Cos}^4(x) + \mathrm{Sin}^4(x) + 2\mathrm{Sin}(-x)Cos(\pi + x)$

Exercice 7 :
En utilisant les identités remarquables et la relation fondamentales, démontre les égalités suivantes :

$Cos^4x - Sin^4x = Cos^2x - Sin^2x = 2Cos^2x - 1 = 1 - 2Sin^2x$

$Cos^4x + Sin^4x = 1 - 2\,Cos^2xSin^2x = 2Cos^4x - 2\,Cos^2x + 1 = 2\,Sin^4x - 2\,Sin\,x + 1$

$Cos^3x - Sin^3x = (Cos\,x + Sin\,x)(1 - Sinx\,Cosx)$