

LYCEE 18 JANVIER DJEBNIANA	Serie N°13	Prof: B.Mbarek Mahmoud
AS : 2018 / 2019	Thème: Trigonométries	3^{ème} Math

Exercice N°1

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. On donne le point E de coordonnées cartésiennes $(2; 0)$ et F de coordonnées polaires $[2; \frac{3\pi}{4}]$ et on désigne par $I = E * F$.

- Déterminer les coordonnées cartésiennes de F et I
- a) Déterminer la nature du triangle OEF.
b) En déduire la mesure principal de $(\vec{i}; \vec{OI})$
- a) Déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\frac{3\pi}{8}\right)$
b) Résoudre, dans \mathbb{R} , $\sqrt{2-\sqrt{2}}.\cos(x) + \sqrt{2+\sqrt{2}}.\sin(x) = -1$

Exercice N°2

Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère orthonormé direct, le point A de coordonnées polaires $[2; -\frac{\pi}{3}]$

- Construire le point A puis déterminer ses coordonnées cartésiennes.
- Soit le point B de coordonnées cartésiennes $(-\sqrt{3}; -1)$
a) Déterminer les coordonnées polaires de B puis le construire.
b) Montrer que le triangle OAB est rectangle isocèle en O.
- Soit le point C de coordonnées polaires $[2; \frac{\pi}{3}]$
a) Montrer que $(\vec{OC}; \vec{OB}) \equiv \frac{5\pi}{6} [2\pi]$
b) Calculer l'aire du triangle ABC.

Exercice N°3

Soit x un réel. On considère la fonction f définie par: $f(x) = \sin(4x) - \sin(2x) - 2\cos(3x)$

- a) Montrer que pour tout x ; $f(x) = 2.\cos(3x).(\sin(x) - 1)$
b) Calculer $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$. En déduire la valeur exacte de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$
c) Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $f(x) = 0$
- On pose $g(x) = \frac{2\cos^2(2x) - 2\sin^2(x)}{f(x)}$
a) Déterminer l'ensemble \mathcal{D} de définition de g .
b) Montrer que pour tout x on a: $\cos(3x) = \cos(x)(2\cos(2x) - 1)$
c) Montrer que pour tout $x \in \mathcal{D}$; on a: $g(x) = \frac{\cos x}{\sin x - 1}$
- Résoudre dans \mathcal{D} l'équation: $g(x) = 1$

Exercice N°4

Soit $f(x) = 1 - \sin(2x) + \cos(2x)$.

1. Calculer $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $f\left(\frac{\pi}{8}\right)$

2. a) Montrer que $f(x) = 1 + \sqrt{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$

b) Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $f(x) = 0$ puis l'équation $f(x) = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

3. Soit $g(x) = \frac{2\cos 2x}{f(x)}$

a) Déterminer l'ensemble \mathcal{D}_g de définition de g .

b) Montrer que $f(x) = 2\cos x(\cos x - \sin x)$

c) Montrer que $\forall x \in \mathcal{D}_g; g(x) = 1 + \tan x$.

d) En déduire que $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = 2 - \sqrt{3}$

Prof. B.H. Med Mahmoud