Classe : TleS2. BACCALAUREAT BLANC. Coeff: 05 DUREE : 4H

EPREUVE DE MATHEMATIQUES : Date: / /17

Exedrcice1:(03,5points)

Une urne contient 10 boules indiscernables,5 rouges 3 jaunes et 2 vertes. On tire au hasard 3 boules simultanément de cette urne. Toutes les réponses seront données sous forme de fraction irréductible.

1) Soit les événements suivants :

A «Les 3 boules sont rouges.»

B «Les 3 boules sont de même couleur.»

C «Les 3 boules sont chacune de couleur différente.»

1.1) Déterminer :

1.1.1) Le nombre de tirages possibles

1.1.2) Les probabilités p(A), p(B) et p(C).

1.2) Dans cette question, on remplace les 5 boules rouges par n boules rouges où n est entier et n≥2.L'urne contient donc n+5 boules : n rouges, 3jaunes et 2vertes .On tire au hasard et simultanément 2 boules de cette urne. Soit les événements suivants :

D «Tirer deux boules rouges.» Et E «Tirer deux boules de la même couleur.».

1.2.1) Montrer que la probabilité de l'événement D est $p(D) = \frac{n(n-1)}{(n+5)(n+4)}$.

1.2.2) Calculer la probabilité $p(E)$ de l'événement E en fonction de n.

1.2.3) Pour quelles valeurs de n a-t-on $p(E) \geq \frac{1}{2}$.

Exercice 2 :(04,5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$.Soit f la fonction de C dans C définie par$f(z) = \frac{z}{z+i}$.

2.1) Déterminer l'ensemble de définition de f.On note A le point du plan complexe dont l'affixe z_A n'a pas d'image par$f$.

2.2) Soit la fonction F du plan dans lui-même qui, à tout $M(z)$ distinct de A associe le point $M'(z')$ tel que $z' = f(z)$.

2.2.1) Soit le point $B(1; -2)$.Quelles sont les coordonnées du point $B' = F(B)$?

2.2.2) Le point A a-t-il un antécédent par F? Même question pour le point D d'affixe 1.

2.2.3) Déterminer par leurs affixes, les points invariants par F.

2.2.4) Quel est L'ensemble (E_1) des points $M(z)$ tels que $z' \in IR$?

Soit (Γ) le cercle de centre O et de rayon 1.Quel est l'ensemble (E_2) des ponts $M(z)$ dont leurs images $M'(z') \in (\Gamma)$

2.3) Déterminer l'ensemble (E_3) des points $M(z)$ tels que $OM' = OM$

Problème :(12points) à raison de 0,5 point par réponse.

On considère la fonction g de]-1 ; + ∞[dans IR par $g(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x)}{x}, & x \neq 0 \\ 1 & , x = 0 \end{cases}$ .On note (C_g) sa courbe representative dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$.

Partie A

1) Étudier la continuité de g sur]-1 ; + ∞[

2) Étudier la dérivabilité de g sur]-1 ; + ∞[.Expliciter la fonction dérivéeg'.

3) On note h l'application de]-1 ; + ∞[dans IR definie par$h(x) = \frac{x}{x+1} - \ln(1+x)$.

3.1) Étudier les variations de h et le signe de $h(x)$.On ne demande pas la limite de h en -1.

3.2) En déduire les variations de g et les limites de g aux bornes de l'intervalle]-1 ; + ∞[tout en précisant les asymptotes.

3.3) Étudier la position relative de la courbe de g par rapport à l'axe des abscisses.Pour cela on étudie les variations de la fonction θ définie sur]-1 ; +∞[par $\theta(x) = x^2(\, g'(x) + \frac{1}{2})$ puis son signe.

4) Construire (C_g) ainsi que les asymptotes.

5) Déterminer une équation de la tangente a (C_g) au point d'abscisse 0 et etudier la position relative de (C_g) et cette tangente

Partie B

1) Montrer qu'il existe un unique nombre réel $\alpha \in]\,0\,;1\,[$ tel que $g(\alpha) = \alpha$.On considère la suite (u_n) définie par :

$u_0 = \frac{1}{2}$ Et $u_{n+1} = g(u_n)$ pour tout n entier naturel.

2) Montre que ∀ n ∈ IN, $0 \leq u_n \leq 1$

3) Montrer $-\frac{1}{2} \leq g'(x) \leq 0$ puis $|g'(x)| \leq \frac{1}{2}$.

4) Démontrer que ∀ n ∈ IN, $|n_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|u_n - \alpha|$.En deduire que (u_n) converge vers α.