ÉTUDE DE FONCTIONS

I. Rappels

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I et $A(a, f(a))$ un point de $(\mathscr{C}_f)$.
Si la courbe $(\mathscr{C}_f)$ traverse sa tangente au point A alors A est un point d'inflexion de $(\mathscr{C}_f)$.

THÉORÈME (condition suffisante)
Soit f une fonction dérivable sur un intervalle ouvert I.
Si au point a de I $f'(x)$ s'annule en changeant de signe alors A est un point d'inflexion de $(\mathscr{C}_f)$.
⚠ *La réciproque de ce théorème est fausse.*

II. Plan d'étude d'une fonction

— Donner le domaine définition, de continuité et, si possible, de dérivabilité.
— Étudier la parité et la périodicité (pour simplifier l'étude : réduire le domaine d'étude et appliquer les propriétés éventuelles de la courbe représentative.)
— Calculer les limites aux bornes du domaine d'étude; déterminer les branches infinies et les asymptotes éventuelles.
— Calculer de la dérivée, après avoir déterminé le domaine de dérivabilité.
— Dresser le tableau de variation de la fonction
— Tracé de la courbe représentative.
— Préciser, si possible, les points particuliers (inflexion, anguleux, ...) et les tangentes en ces points.

REMARQUE : L'ordre n'est pas obligatoire

Exemples d'étude de fonctions

II.1 $f(x) = x^2 + 2x - 3$

* **DOMAINE** : $\mathscr{D}_f = \mathbb{R}$.
* **PARITÉ** : f n'est ni paire ni impaire. Ainsi son étude se fera sur $\mathbb{R}$
* **LIMITES AUX BORNES** : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. On en déduit ainsi que la courbe présente deux branches infinies.
* **DÉRIVÉE** : f est une fonction dérivable en tant que fonction polynôme, pour tout réel x de $\mathbb{R}$ on a : $f'(x) = 2x + 2$. Pour étudier le signe de la dérivée il faut chercher la valeur qui l'annule puis dresser un tableau de signe.

$$f'(x) = 0 \Longleftrightarrow 2x + 2 = 0$$

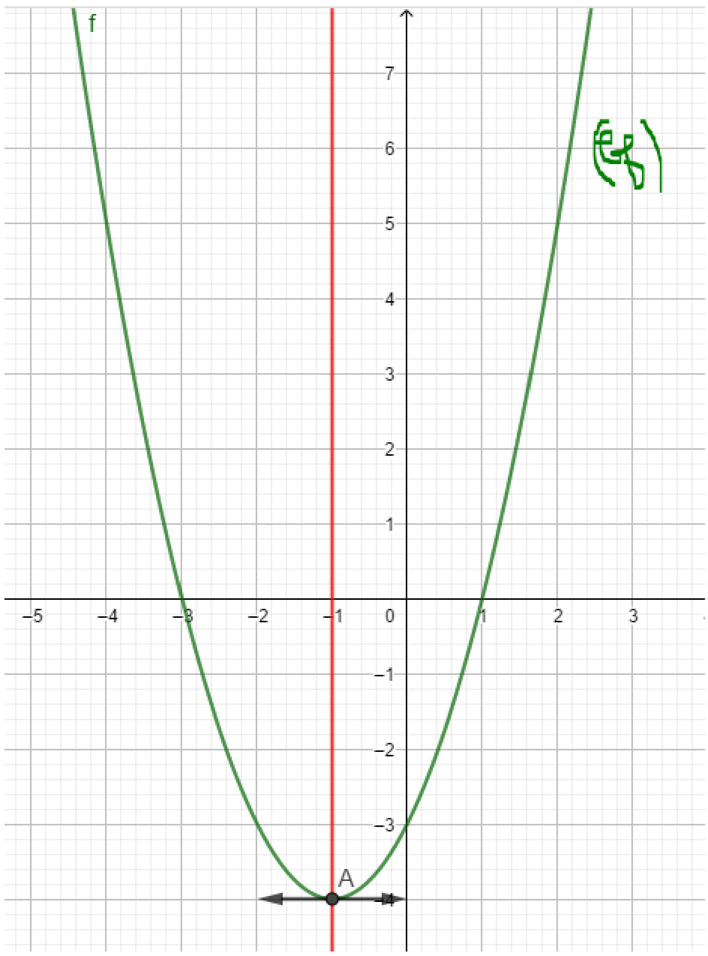
$$\Rightarrow x = -1$$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

Le tableau ci-dessus nous permet de déduire les variations de f suivantes :
Sur l'intervalle $]-\infty;-1]$ $f'(x) \leqslant 0$ donc f est décroissante
Sur l'intervalle $[-1;+\infty[$ $f'(x) \geqslant 0$ donc f est croissante
De plus $f(-1) = -4$. Ainsi nous aurons, par suite le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Ci-dessous on a la courbe représentative $(\mathscr{C}_f)$ de f.



REMARQUE : Nous pouvons nous aider d'une table de valeurs afin d'avoir une meilleure précision. On remarque aussi que la courbe admet pour centre de symétrie la droite d'équation $x = -1$ (la droite en rouge). Cela est visible en observant la table des valeurs ou même la courbe.

II.2

$$g(x) = x^3 + 3x^2 + 1$$

- **DOMAINE** :

$$\boxed{\mathscr{D}_g = \mathbb{R}}$$

- **PARITÉ** :

g n'est ni paire ni impaire. Ainsi son étude se fera sur $\mathbb{R}$

- **LIMITES AUX BORNES** :

$$\boxed{\lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty}$$

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty}.$$

On en déduit ainsi que la courbe présente deux branches infinies.

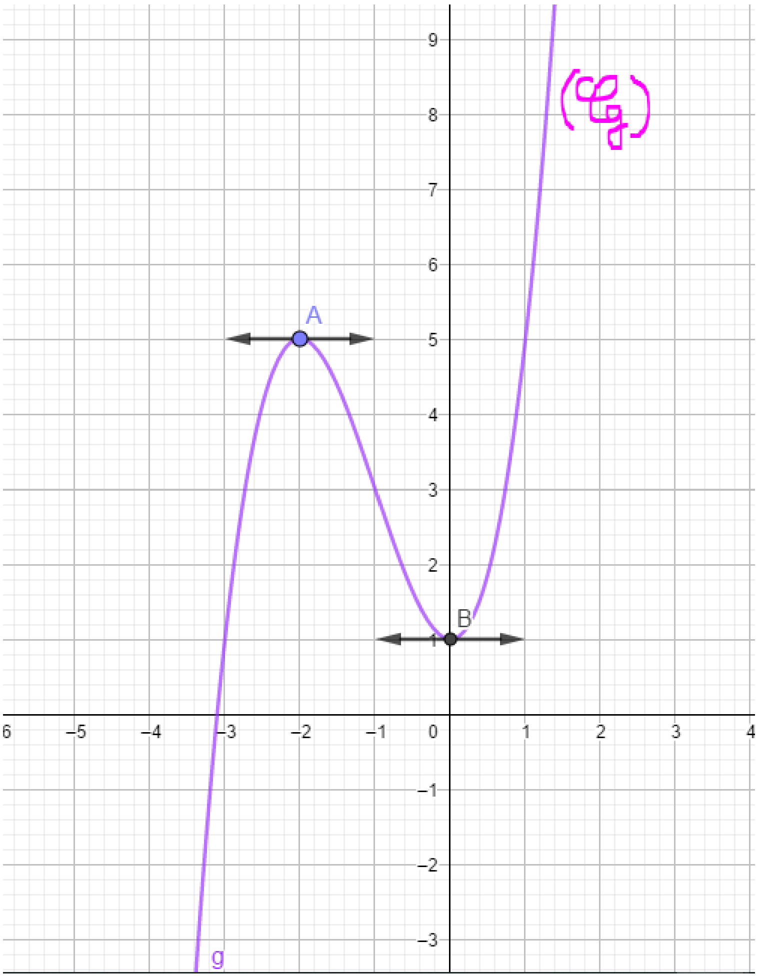
- **DÉRIVÉE** : g est une fonction dérivable en tant que fonction polynôme, pour tout réel x de $\mathbb{R}$ on a :

$$\boxed{g'(x) = 3x^2 + 6x}$$

. Il faut, comme dans l'exemple précédent étudier le signe de la dérivée et en déduire les variations de la fonction g. Le tableau de variations de g est donné ci-dessous.

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
g	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Ci-dessous on a la courbe représentative $(\mathscr{C}_g)$ de g.



II.3

$$h(x) = \frac{2x+3}{x-1}$$

- **DOMAINE** :

$$\boxed{\mathscr{D}_h = \mathbb{R}\setminus\{1\} =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[}$$

- **PARITÉ** : h n'est ni paire ni impaire. Ainsi son étude se fera sur $\mathbb{R}$
- **LIMITES AUX BORNES** : Nous allons calculer 4 limites car le domaine présente 4 bornes toutes ouvertes.

$$\lim_{x\to-\infty} h(x) = 2$$

$$\lim_{x\to+\infty} h(x) = 2$$

$$\lim_{x\to1^-} h(x) = -\infty$$

$$\lim_{x\to1^+} h(x) = +\infty$$

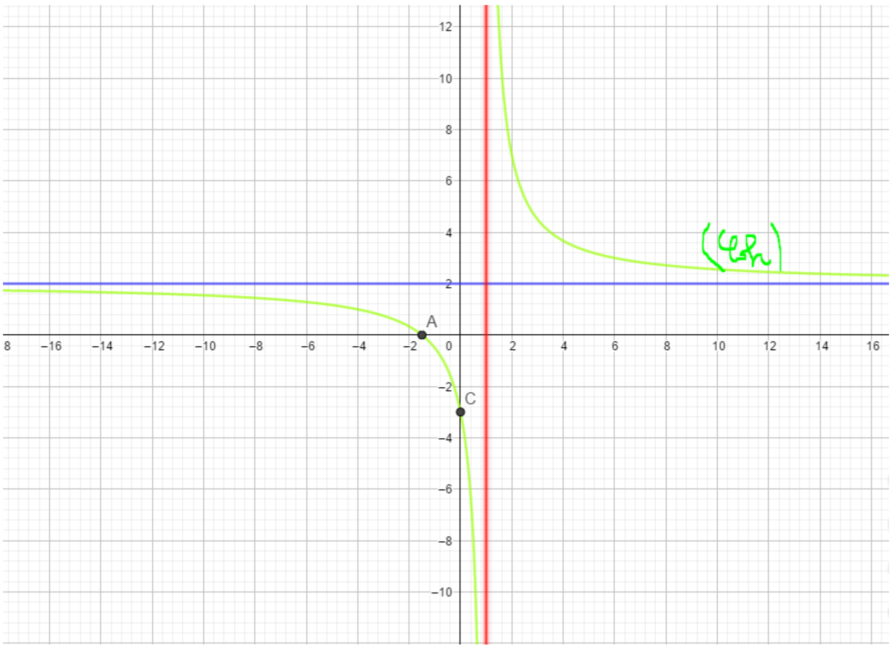
La fonction h admet deux asymptotes : une asymptote verticale (la droite d'équation x=1) et une asymptote horizontale (la droite d'équation y=2)

- **DÉRIVÉE** : h est une fonction dérivable sur son en tant que fonction rationnelle et pour tout réel $x \neq 0$ on a :

$$\boxed{h'(x) = \frac{-5}{(x-1)^2}}$$

On remarque aisément que cette dérivée est négative donc on en déduit que la fonction h est strictement décroissante sur son domaine.
On en déduit le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	||	$-$	
h	2 ↘		$-\infty$ || $+\infty$		↘ 2



II.4 Soit f une fonction définie sur $]-2;+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{x^2-6x-7}{2x+4}$ $(\mathscr{C}_f)$ désigne la courbe représentative de f dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Vérifier que pour tout $x > -2$, $f(x) = \dfrac{x}{2} - 4 + \dfrac{9}{2.(x+2)}$
2. Calculer la dérivée de f et vérifier que $f'(x) = \dfrac{(x+5).(x-1)}{2(x+2)^2}$
3. Étudier le sens de variations de f et dresser le tableau de variation (indiquer les extrema de f)
4. On note T_a la tangente à $(\mathscr{C}_f)$ au point A d'abscisse 1 et T_b la tangente à $(\mathscr{C}_f)$ au point B d'abscisse 7. Déterminer les équations de T_a et T_b
5. Tracer $(\mathscr{C}_f)$et ses tangentes aux points A et B.

RÉSOLUTION

1. Posons $g(x) = \dfrac{x}{2} - 4 + \dfrac{9}{2.(x+2)}$. Pour tout $x > -2$on a :

$$g(x) = \frac{x(x+2)}{2(x+2)} - 4\frac{2(x+2)}{2(x+2)} + \frac{9}{2.(x+2)}$$

$$g(x) = \frac{x(x+2) - 8(x+2) + 9}{2(x+2)}$$

d'où

$$\boxed{g(x) = \frac{x^2 - 6x - 7}{2x+4}}$$

. On reconnait $f(x)$.
Ainsi

$$\boxed{f(x) = \frac{x}{2} - 4 + \frac{9}{2.(x+2)}}$$

2. f est définie, continue et dérivable sur $I =]-2;+\infty[$ et $\forall x \in I$ on a :

$$f'(x) = \left(\frac{x}{2} - 4\right)' + \left(\frac{9}{2(x+2)}\right)'$$

$$f'(x) = \left(\frac{1}{2} - \frac{9}{2(x+2)^2}\right) = \frac{(x+2)^2 - 9}{2(x+2)^2} = \frac{(x+2-3)(x+2+3)}{2(x+2)^2}$$

Ainsi $\forall x \in I$ on a :

$$\boxed{f'(x) = \frac{(x-1)(x+5)}{2(x+2)^2}}$$

Par conséquent $f'(x)$ est donc du signe du trinôme $(x-1)(x+5)$ donc négatif entre les racines et positif à l'extérieur des racines. On en déduit les variation de f sur I

3. f est décroissante sur $]-2;1[$ et croissante sur $]1;+\infty[$. f admet 1 comme seul extremum sur $]-2;+\infty[$ car $f'(1) = 0$
et

$$f(1) = \frac{1-6-7}{2+4} = -2$$

LIMITES :

$$\forall x > -2, f(x) = \frac{x}{2} - 4 + \frac{9}{2.(x+2)}.$$

Donc

$$\lim_{x \to 2^+} f(x) = +\infty \text{ et } \lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

Tableau de variation

x	-2		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
f	‖ $+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

4. la tangente à $(\mathscr{C}_f)$ au point A d'abscisse 1 a pour équation :

$$T_a : y = f'(1)(x-1) + f(1)$$

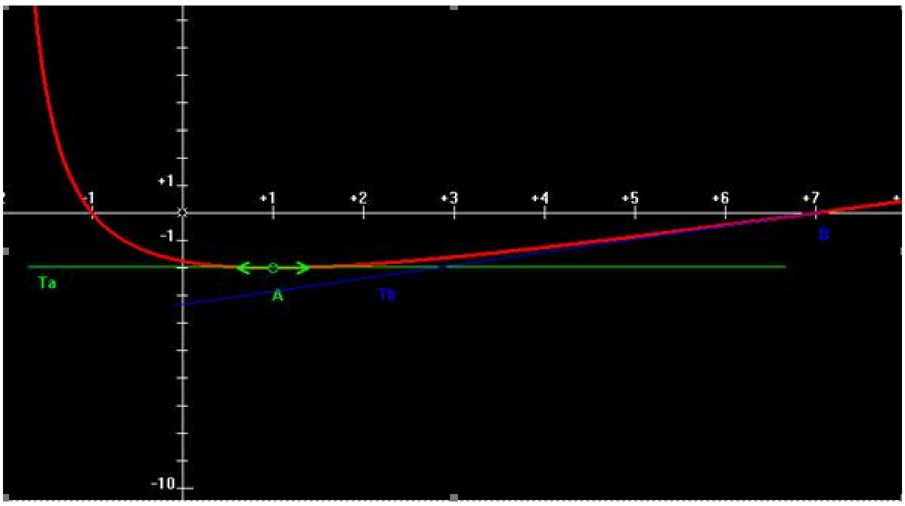
soit $y = -2$ car $f'(1) = 0$
la tangente à $(\mathscr{C}_f)$ au point B d'abscisse 7 a pour équation :

$$T_b : y = f'(7(x-7) + f(7)$$

or $f'(7) = \dfrac{(7-1)(7+5)}{2 \times (9)^2} = \dfrac{4}{9}$ et $f(7) = \dfrac{49 - 42 - 7}{14 + 4} = 0$
D'où

$$\boxed{T_b : y = \frac{4}{9}(x-7)}$$

5. **COURBE**



II.5 Soit $f(x) = x+1+\sqrt{x^2+4x}$

1 Déterminer le domaine de définition puis calculer les limites aux bornes.
2 Prouver que la droite d'équation $(D): y = 2x+3$ est une asymptote oblique à $\left(\mathscr{C}_f\right)$ en $+\infty$
3 Étudier la dérivabilité de f en -4 et en 0.
4 Étudier le sens de variation de f puis dresser le tableau de variation.
5 Tracer $\left(\mathscr{C}_f\right)$.

RÉSOLUTION

1 **DOMAINE**

La fonction f est définie si et seulement si $x^2+4x \geqslant 0 \Leftrightarrow x(x+4) \geqslant 0$.
Un tableau de signe donne

x	$-\infty$		-4		0		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$	
$x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
$x(x+4)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où

$$\boxed{\mathscr{D}_f =]-\infty;-4] \cup [0;+\infty[}$$

LIMITES AUX BORNES

* <u>En $-\infty$</u>

Pour $x \leqslant 0$;

$$\begin{aligned}
x+1+\sqrt{x^2+4x} &= x+1+|x|\sqrt{1+\frac{4}{x}} \\
&= x+1-x\sqrt{1+\frac{4}{x}} \\
&= x\frac{\left(1-\sqrt{1+\frac{4}{x}}\right)\times\left(1+\sqrt{1+\frac{4}{x}}\right)}{\left(1+\sqrt{1+\frac{4}{x}}\right)}+1 \\
&= x\frac{1-\left(1+\frac{4}{x}\right)}{\left(1+\sqrt{1+\frac{4}{x}}\right)}+1 = \frac{-4}{\left(1+\sqrt{1+\frac{4}{x}}\right)}+1
\end{aligned}$$

D'où

$$\boxed{\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1}$$

Par analogie

* <u>En $+\infty$</u>

$$\boxed{\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty}$$

2 Calculons $\left[f(x)-(2x+3)\right]$

$$\begin{aligned}\left[f(x)-(2x+3)\right] &= x+1+\sqrt{x^2+4x}-(2x+3)\\ &= -x-2+\sqrt{x^2+4x}\\ &= \frac{\left(-x-2+\sqrt{x^2+4x}\right)\times\left(x+2+\sqrt{x^2+4x}\right)}{\left(x+2+\sqrt{x^2+4x}\right)}\\ &= \frac{x^2+4x-(x+2)^2}{x+2+\sqrt{x^2+4x}}\\ &= \frac{x^2+4x-\left(x^2+4x+4\right)^2}{x+2+\sqrt{x^2+4x}}\\ &= \frac{-4}{x+2+\sqrt{x^2+4x}}\end{aligned}$$

Or $\left(\lim_{x\to+\infty}\frac{-4}{x+2+\sqrt{x^2+4x}}=0\right)$. Donc $\boxed{\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(2x+3)\right]=0}$.
Ce qui prouve que la droite d'équation (D) : $y=2x+3$ est une asymptote oblique à $\left(\mathscr{C}_f\right)$ en $+\infty$

3 **<u>DÉRIVABILITÉ en -4</u>**
Calculons le rapport $\dfrac{f(x)-f(-4)}{x+4}$

$$\begin{aligned}\frac{f(x)-f(-4)}{x+4} &= \frac{x+1+\sqrt{x^2+4x}-(-3)}{x+4}\\ &= \frac{x+4+\sqrt{x^2+4x}}{x+4}\\ &= 1+\frac{\sqrt{x^2+4x}}{x+4}\\ &= 1+\frac{\sqrt{x\times(x+4)}}{\sqrt{(x+4)^2}}\end{aligned}$$

Pour $x<-4, \dfrac{x}{x+4}\geqslant 0$ et $\dfrac{f(x)-f(-4)}{x+4}=1+\sqrt{\dfrac{x}{x+4}}$
Or $\lim_{x\to-4^-}\sqrt{\dfrac{x}{x+4}}=+\infty$. <u>Donc f n'est pas dérivable en -4</u>
<u>DÉRIVABILITÉ en 0</u>

Calculons le rapport $\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}$

$$\begin{aligned}\frac{f(x)-f(0)}{x-0} &= \frac{x+1+\sqrt{x^2+4x}-1}{x}\\ &= \frac{x+\sqrt{x^2+4x}}{x}\\ &= \frac{x+x\sqrt{1+\dfrac{4}{x}}}{x}\\ &= 1+\sqrt{1+\frac{4}{x}}\end{aligned}$$

Or $\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\sqrt{1+\dfrac{4}{x}}\right)=+\infty$.
Donc

$$\boxed{\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=+\infty}$$

Ce qui prouve que f n'est pas dérivable en 0.

4 La fonction $f: x\mapsto x+1+\sqrt{x^2+4x}$ est définie, continue et dérivable sur $\boxed{\mathscr{D}_f =]-\infty;-4[\cup]0;+\infty[}$ et la dérivée de $(U)^n$ est $\left(nU'U^{n-1}\right)$

$$\begin{aligned}f'(x) &= 1+\frac{2x+4}{2\sqrt{x^2+4x}}\\ &= 1+\frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x}}\\ &= \frac{\sqrt{x^2+4x}+x+2}{\sqrt{x^2+4x}}\end{aligned}$$

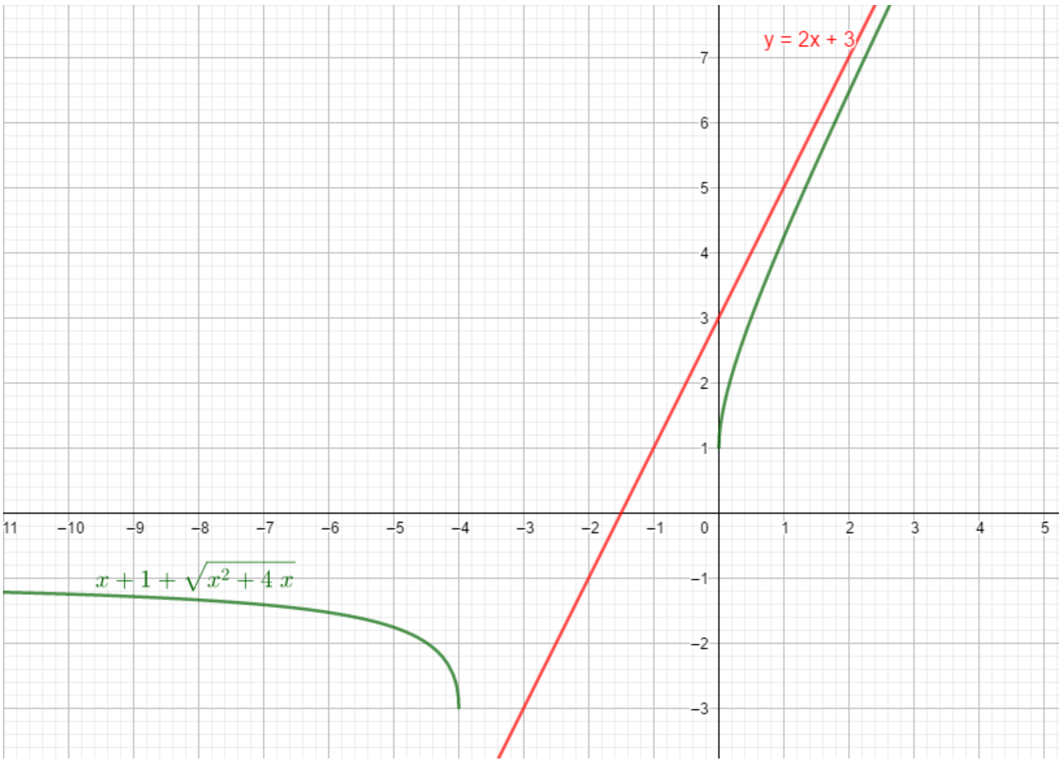
- Si $x\geqslant 0$, $\sqrt{x^2+4x}+x+2\geqslant 0$ et donc $f'(x)\geqslant 0$
- Si $x\leqslant -4$, $x+2\leqslant -2<0$

$$\begin{aligned}\frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x}}\leqslant -1 &\iff x+2\leqslant -\sqrt{x^2+4x}\\ &\iff (x+2)^2\geqslant x^2+4x\\ &\iff x^2+4x+4\geqslant x^2+4x\\ &\iff 4\geqslant 0.\end{aligned}$$

Ce qui est vrai donc $f'(x)\leqslant 0$. On en déduit les variations de f.

x	$-\infty$		-4		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$				$+$	
f	-1	$\searrow$	-3		1	$\nearrow$	$+\infty$

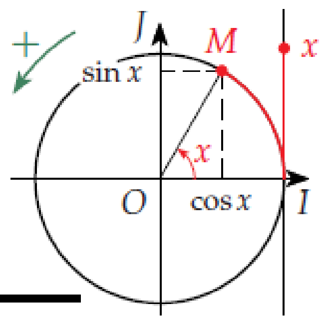
5 COURBE



II.6 *ÉTUDE DE FONCTIONS CIRCULAIRES*

II 6.1 Fonctions cosinus et sinus

A. Définition et rappels



Soit $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ un repère orthonormé direct. Le point M image d'un réel x sur le cercle trigonométrique de centre O, a pour

coordonnées $(\cos x ; \sin x)$ où $\cos x$ est le cosinus de x et $\sin x$
le sinus de x.

¤ **Définition : Fonctions cosinus et sinus**

• La fonction cosinus, notée cos, est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\cos : x \mapsto \cos x$.
• La fonction sinus, notée sin, est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\sin : x \mapsto \sin x$.

B. **Propriétés des fonctions cosinus et sinus**

¤ **Définition : Fonction périodique**

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et un réel T. f est périodique de période T ou est T-périodique si, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x+T) = f(x)$.

• Définition :] Fonction paire et impaire

Soit une fonction f définie sur un ensemble $\mathcal{D}_f$ symétrique par rapport à 0 : c'est à dire $\forall x \in \mathcal{D}_f ; -x \in \mathcal{D}_f$.
• une fonction f est **paire** si pour tout $x \in \mathcal{D}_f, -x \in \mathcal{D}_f$ et $f(-x) = f(x)$
• une fonction f est **impaire** si pour tout $x \in \mathcal{D}_f, -x \in \mathcal{D}_f$ et $f(-x) = -f(x)$

Les fonctions cos et sin sont 2π-périodiques

- La fonction cos est paire et la fonction sin est impaire.

PREUVE : Pour tout réel x on a en effet :

$$\cos(x+2\pi) = \cos x \quad \text{et} \quad \sin(x+2\pi) = \sin x$$

$$\cos(-x) = \cos(x) \quad \text{et} \quad \sin(-x) = -\sin(x)$$

REMARQUE

Dans un repère les courbes représentatives de cos et sin "**se répètent**" tous les 2π
* Dans un repère orthogonal, la courbe représentative de cos est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées et celle de sin est symétrique par rapport à l'origine du repère.

C. **Dérivabilité et variations**

- **Propriété**(admise) : **Dérivées des fonctions** cos et sin

Les fonctions cos et sin sont continues et dérivables sur $\mathbb{R}$

$$\cos' = -\sin \quad \text{et} \quad \sin' = \cos$$

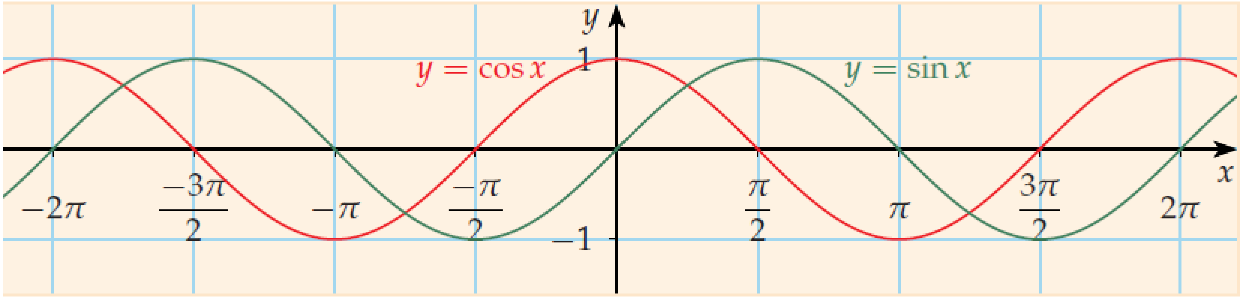
- **Propriétés**

Les variations des fonctions cos et sin sur $[0;\pi]$ sont données par les tableaux ci-dessous

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
$f'(x) = -\sin x$			$+$		
$f(x) = \cos x$	1	$\searrow$	0	$\searrow$	-1

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
$f'(x) = \cos x$		$+$	0	$-$	
$f(x) = \sin x$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1

Les courbes représentatives de cos et sin sont appelées des **sinusoïdes**



• **Preuve**

$\cos' = -\sin$. Or $0 < x < \pi \Rightarrow \sin x > 0$ c'est à dire $-\sin x < 0$. De plus la fonction $\sin$ ne s'annule qu'en 0 et π. Donc $\cos x$ est strictement décroissante sur $[0;\pi]$

$\sin' = \cos$. Or $0 < x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos x > 0$ et $-\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \cos x < 0$. De plus la fonction $\cos$ ne s'annule qu'en $\frac{\pi}{2}$

Donc $\sin x$ est strictement croissante sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ et strictement décroissante sur $\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$

• **Propriétés**

$$\boxed{\lim_{x\to 0}\frac{\cos x - 1}{x} = 0} \qquad \boxed{\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1}$$

• **Preuve**

Les fonctions cos et sin sont dérivable sur $\mathbb{R}$ donc en particulier en 0. Ainsi :

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x - 1}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{\cos x - \cos 0}{x - 0} = \cos'(0) = -\sin(0) = 0$$
$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{\sin x - \sin 0}{x - 0} = \sin'(0) = \cos(0) = 1$$

• **Exercice d'application**

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{3\sin x}{2 + \cos x}$

1) Calculer $f'(x)$ et étudier son signe sur $[0;\pi]$. En déduire les variations de f sur $[0;\pi]$
2) Calculer $f(-x)$. En déduire les variations de f sur $[-\pi;\pi]$
3) Montrer que f est 2π-périodique
4) Tracer la courbe représentative $\mathscr{C}$ de f sur $[0;\pi]$ puis sur $[-4\pi;4\pi]$

• Correction

1) f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme quotient de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$ avec $2+\cos x \neq 0$

$$f'(x)=\frac{3\cos x\,(2+\cos x)-3\sin x\,(-\sin x)}{(2+\cos x)^2}=\frac{6\cos x+3}{(2+\cos x)^2}=\frac{6\left(\cos x+\frac{1}{2}\right)}{(2+\cos x)^2}$$

$f'(x)$ est du signe de $\left(\cos x+\frac{1}{2}\right)$ sur $[0;\pi]$. Or :

• sur $\left[0;\frac{2\pi}{3}\right[$, $\cos x>\frac{1}{2}\iff\left(\cos x+\frac{1}{2}\right)>0$
• sur $\left]\frac{2\pi}{3};\pi\right[$, $\cos x<-\frac{1}{2}\iff\left(\cos x+\frac{1}{2}\right)<0$

Et $f'(x)$s'annule en $\frac{2\pi}{3}$ d'où le tableau de variation ci-essous

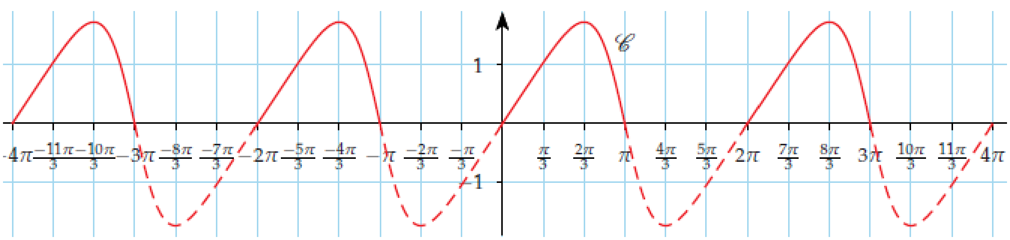
x	0		$\frac{2\pi}{3}$		π
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f	0	$\nearrow$	$\sqrt{3}$	$\searrow$	0

2)
$$f(-x)=\frac{3\sin(-x)}{2+\cos(-x)}=\frac{-3\sin x}{2+\cos x}=-\frac{3\sin x}{2+\cos x}=-f(x)\text{ donc } f \text{ est impaire}$$

On peut donc limiter l'étude de f à $[0;\pi]$. On peut aussi en déduire que la fonction f est décroissante sur $\left[-\pi;-\frac{2\pi}{3}\right]$ et sur $\left[-\frac{2\pi}{3};\pi\right]$ et croissante sur $\left[-\frac{2\pi}{3};\frac{2\pi}{3}\right]$

3) $f(x+2\pi)=\dfrac{3\sin(x+2\pi)}{2+\cos(x+2\pi)}=\dfrac{3\sin x}{2+\cos x}=f(x)$ donc f est 2π-périodique.

4) On trace $\mathscr{C}$ sur $[0;\pi]$ puis sur $[-\pi;0]$ puis par symétrie centrale puisque f est impaire. Enfin, comme f est 2π-périodique, on répète le motif tous les 2π par translation.



II.6.2 On désigne par f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x - \sin(x)$
On note C sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ (unité graphique 3 cm)

1) Calculer la dérivée de f et en déduire le sens de variation de f sur$\mathbb{R}$
2) démonter que $\forall x \in \mathbb{R}$, $2x - 1 \leqslant f(x) \leqslant 2x + 1$. En déduire les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$
3) On note d_1 et d_2 les droites d'équations respectives $y_1 = 2x - 1$ et $y_2 = 2x + 1$.
   Déterminer les points communs de d_1 et C d'une part et les points communs de d_2 et C d'autre part. Préciser les tangentes à C en ces points.
4) Étudier la parité de f. Que peut-on en déduire pour la courbe C.
5) Comparer $f(x + 2\pi)$ et $f(x)$. *Quelle particularité géométrique peut-on en déduire pour C ?*
6) Tracer avec précision la courbe C sur l'intervalle $[0; \pi]$
   Tracer les tangentes aux points 0 et π et les droites d_1 etd_2
7) Donner l'allure de la courbe C sur $[-3\pi; 3\pi]$