

DEVOIR N°1 DU 1^{ER} SEMESTRE

Exercice 1 : (7 points)

1) Recopier et compléter :

a) $|x - 5| < 1$ signifie que $x \in]...; ...[$ (1pt)

b) $x \in [-8; 12]$ signifie que $... \leq x \leq ...$ (0,5pt)

c) $x \leq 2$ signifie que $x \in ...$ (0,5pt)

d) $x > -1$ signifie que $x \in ...$ (0,5pt)

2) Déterminer $I \cup J$ et $I \cap J$ dans les cas suivants :

a) $I = [-2; 6[$ et $J = [-3; +\infty[$ (0,75+0,75pt)

b) Calculer le centre de l'intervalle I' et J' tel que $I' = [1; 3]$ et $J' = [5; 6,5]$ (0,75+0,75pt)

3) Calculer $A = \frac{\frac{4}{5}x^9 + 1}{\frac{1}{5}x^9 - 1}$ (Mettre le résultat sous la forme $\frac{a}{b}$ où a et b sont des entiers) (1,5pts)

Exercice 2: (7,5 points)

On considère les deux expressions :

$$f(x) = 4x^2 - 9 - (-3 + 2x)(x + 1) + (4x - 6)(x + 2) \quad \text{et} \quad g(x) = (2x - \sqrt{3})^2$$

1) Montrer que $f(x) = (2x - 3)(3x - 6)$ (1,5pts)

c) Résoudre dans \mathbb{R} :

a) $f(x) = 0$ (1pt) b) $f(x) \geq 0$ (1,5pts) c) $\frac{f(x)}{x+1} < 0$ (1,5pts)

2) Développer, réduire et ordonner $g(x)$ (0,5pt)

3) Résoudre dans \mathbb{R} , $\sqrt{g(x)} = 2\sqrt{3}$ (1,5pts)

Exercice 3 : (5,5 points)

Soient les nombres A et B suivants :

$$A = -2\sqrt{28} - 3\sqrt{125} + \sqrt{343} + 4\sqrt{20} \quad \text{et} \quad B = -\sqrt{32} - 5\sqrt{27} + 6\sqrt{8} + \sqrt{243}$$

1) Ecrire A sous la forme $a\sqrt{7} + b\sqrt{5}$ puis B sous la forme $c\sqrt{2} + d\sqrt{3}$ où a, b, c et d sont des entiers.

2) Calculer A^2 et B^2 . (0,75+0,75 pts)

3) Préciser le signe de A et celui de B . (0,5+0,5 pt)

4) En déduire une écriture plus simple des nombres a et b tels que :

$$p = \sqrt{308 - 42\sqrt{35}} \quad \text{et} \quad q = \sqrt{236 - 96\sqrt{6}} \quad (0,5+0,5 \text{ pt})$$

COMPOSITION DU 1^{ER} SEMESTRE

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES DURÉE : 3H

Exercice 1 (5pts)

1) Ecrire sous la forme $2^m \times 3^n \times 5^p$, où m, n et p sont des entiers relatifs l'expression

suivante :
$$A = \frac{(-25^3) \times (-16)^3 \times 36^{-3}}{(-8)^4 \times 48^{-2} \times (-15^2)} \quad (2pts)$$

2) Simplifier l'expression suivante : $B = \frac{\frac{2+\frac{1}{5}}{\frac{3}{1-\frac{8}{15}}}}{\frac{11}{7}} \quad (1,5pt)$

3) Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$, l'expression suivante : $C = 5\sqrt{108} - 6\sqrt{48} + \sqrt{147} \quad (1,5pt)$

Exercice 2 (5pts)

1) Factoriser complètement les expressions suivantes :

$$A(x) = 2(x - 3) + x^2 - 9 \quad (1pt)$$

$$B(x) = (3x - 2)^2 - (-x + 1)^2 \quad (1pt)$$

$$C(x) = 27x^3 - 1 + (3x - 1)(-3x - 5) \quad (1pt)$$

2) Développer réduire et ordonner

$$D(x) = (3x + 5)^3 + (2x + 1)^2 \quad (1pt) \quad E(x) = (x - 2)^3 - (x + 1)(x + 4) \quad (1pt)$$

Exercice 3 : (5 pts)

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

a) $-7x + 2 \leq 0 \quad (1pt)$ b) $|-3x + 1| = 0 \quad (1pt)$ c) $|3x - 7| = 4 \quad (1pt)$

d) $|3x + 2| = |-x + 4| \quad (1pt)$ e) $(x + 2)(2x - 1) = 2x^2 + 3 \quad (1pt)$

Exercice 4 : (5 pts)

Dans chacun des cas suivants, on choisit **Vrai** ou **faux**.

1) $x \in]-4; 2] \Leftrightarrow -4 < x \leq 2.$ **Vrai ou faux** (1pt)

2) $x \leq -2 \Leftrightarrow x \in]-2; +\infty[$ **Vrai ou faux** (1pt)

3) $-x > 3 \Leftrightarrow x \in]3; +\infty[$ **Vrai ou faux** (1pt)

4) $|x| < 5 \Leftrightarrow x \in [0; 5[$ **Vrai ou faux** (1pt)

5) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{5}}{\sqrt{6} - \sqrt{5}} = 11 + 2\sqrt{30}$ **Vrai ou faux** (1pt)

DEVOIR N°1 DU 1^{ER} SEMESTRE

EXERCICE 1:

1) Ecris sous la forme $a\sqrt{b}$ les expressions suivantes :

$$A = \sqrt{18} - 3\sqrt{32} + 2\sqrt{50} \qquad B = \sqrt{112} - 5\sqrt{28} - \sqrt{63}$$

2) Développer les expressions suivantes :

$$C = (2 + \sqrt{3})^2 \qquad D = (\sqrt{2} - 3)(4 + \sqrt{6})$$

EXERCICE 2

Soit F et G deux fonctions définies par :

$$F(x) = (x-1)^2 + (x-1)(x+1) \quad ; \quad G(x) = (2-3x)^3 + 3(x^2-5)(1-9x)$$

1) Développer F(x) et G(x)

2) Factoriser F(x)

EXERCICE 3

Soit $I = [0; 5]$ et $J =]2; +\infty[$

1) Donner la lecture et l'encadrement de I et J

2) Déterminer $I \cap J$ et $I \cup J$

EXERCICE 4:

1) Ecris sous la forme $a\sqrt{b}$ les expressions suivantes :

$$A = \sqrt{18} - 3\sqrt{32} + 2\sqrt{50} \qquad B = \sqrt{112} - 5\sqrt{28} - \sqrt{63}$$

2) Ecrire C et D sous la forme d'un produit $2^m 3^n 5^p$

$$C = \frac{8 \times 3^2 \times 9 \times 25}{3 \times 2 \times 5} \qquad D = \frac{81 \times (8)^2 \times 5^3}{9^{-2} \times 8 \times \frac{1}{5^{-2}}}$$

EXERCICE 5:

Soit F et G deux fonctions définies par : $f(x) = (x-1)^2 + (x-1)(x+1) + 3(2x-2)$

1) Développer f(x) et ordonner

2) Factoriser f(x)

3) Résoudre dans R l'équation $f(x) = 0$

EXERCICE N° 6:

1) Déterminer dans chaque cas suivant $A \cap B$ et $A \cup B$

$$a) A = [-7; 9] \quad \text{et} \quad B = [0; 15] \qquad b) A = [0; 6] \quad \text{et} \quad B =]-\infty; 2[\cup [3; +\infty[$$

2) Expliciter en termes d'encadrement les intervalles suivants :

$$]-7; 2[\quad ; \quad [2; 9] \quad ; \quad]-\infty; 5] \quad ; \quad]-7; +\infty[$$

EXERCICE N°7:

Le prix d'un téléviseur est soldé de 100000F à 75000F. Déterminer le pourcentage de la remise.