

SERIE N° 3 : EQUATION ET INEQUATION DU 2nd DEGRE**Exercice 1: Forme canonique**

Donner la forme canonique des fonctions polynômes f du second degré définies par :

- 1) $f(x) = x^2 - 4x + 3$; 2) $f(x) = 2x^2 - 3x + 7$; 3) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 5x - 1$;
 4) $f(x) = 169x^2 + 13x - 1$; 5) $f(x) = \sqrt{3}x^2 - (1 - \sqrt{3})x + 4$; 6) $f(x) = x^2 + 2x + 2$.
 7) $f(x) = 3x^2 + 12x - 7$; 8) $f(x) = -x^2 + x + 2$; 9) $f(x) = -3x^2 + 7x - 2$;

Exercice 2: Calcule du discriminant

Calcule le discriminant des fonctions polynômes f du second degré définies par :

- 1) $f(x) = x^2 - 4x + 3$; 2) $f(x) = 2x^2 - 3x + 7$; 3) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 5x - 1$;
 4) $f(x) = 169x^2 + 13x - 1$; 5) $f(x) = \sqrt{3}x^2 - (1 - \sqrt{3})x + 4$; 6) $f(x) = x^2 + 2x + 2$.
 7) $f(x) = 3x^2 + 12x - 7$; 8) $f(x) = -x^2 + x + 2$; 9) $f(x) = -3x^2 + 7x - 2$;

Exercice 3 : Equations

Résoudre dans IR chacune des équations suivantes

- 1) $-x^2 + 3x - 2 = 0$; 2) $x^2 + 4x - 21 = 0$; 3) $6x^2 - x - 5 = 0$; 4) $x^2 + x + 1 = 0$
 1) $-x^2 + 6x - 10 = 0$; 2) $x^2 + 4x - 21 = 0$; 3) $9x^2 + 6x + 1 = 0$; 4) $4x^2 - 4x - 50 = 0$;
 5) $2x^2 + 2x - 7 = 0$; 6) $6x^2 - x - 5 = 0$; 7) $x^2 + x + 1 = 0$; 8) $\sqrt{2}x^2 - (1 - \sqrt{2})x - 1 = 0$.
 13) $3x^2 + 12 - 7 = 0$; 14) $-x^2 + x + 2 = 0$; 15) $-2x^2 - 2x + 5 = 0$;

Exercice 4: Somme et produit.

1. Détermine s'ils existent deux nombres réels dont la somme est S et le produit P.

- a) S = 3 et P = -10. ; b) S = 5 et P = 6 ; c) S = -6 et P = 9.
 d) S = 3 et P = -10. ; e) S = 3 et P = -10. ; f) S = 3 et P = -10.

2. Existe-t-il deux nombres ayant pour somme 9 et pour produit -70 ? Si oui, les calculer.

3. Soit x_1 et x_2 les solutions de l'équation : $x^2 - 3x + 2 = 0$. Sans calculer x_1 et x_2 , calculer :

- a) $x_1 + x_2$; b) $x_1 \times x_2$; c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; d) $x_1^2 + x_2^2$.

Exercice 5: Somme et produit.

1. Trouve la somme et le produit de chacun des trinômes ci-dessous.

- a) $x^2 - 2x + 7 = 0$; b) $6x^2 - x - 5 = 0$; c) $8x^2 + x + 1 = 0$; d) $\sqrt{2}x^2 - (1 - \sqrt{2})x - 1 = 0$.

2. Trouver les dimensions d'un rectangle dont la surface est égale à 861 et le périmètre 124.

3. Résoudre mentalement les équations suivantes : a) $3x^2 + 7x - 10 = 0$; b) $2x^2 + 9x + 7 = 0$

4. Vérifier que 2 est racine de l'équation : $x^2 + 11x - 26 = 0$. Quelle est l'autre racine ?

Exercice 6: « Somme et produit »

Résoudre dans \mathbb{R}^2 chacun des systèmes d'équation ci-dessous.

$$\begin{aligned} (S_1): \begin{cases} x + y = 13 \\ xy = 40 \end{cases} & \quad (S_2): \begin{cases} x + y = -1 \\ xy = -1 \end{cases} & \quad (S_3): \begin{cases} x + y = 2 \\ xy = 3 \end{cases} & \quad (S_4): \begin{cases} x + y = 4 \\ xy = -12 \end{cases} \\ (S_5): \begin{cases} x + y = 5 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases} & \quad (S_6): \begin{cases} xy = -2 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases} & \quad (S_7): \begin{cases} x + y = 9 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} & \quad (S_8): \begin{cases} x + y = 4 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases} \end{aligned}$$

Exercice 7: Factorisation.

Factoriser si possible chacune des expressions suivantes.

$$\begin{aligned} 1) f(x) &= 4x^2 - 4x + 1 ; & 2) f(x) &= -x^2 + 4x + 30 ; & 3) f(x) &= x^2 - 5x - 1 ; \\ 4) f(x) &= 5x^2 - 15x - 20 ; & 5) f(x) &= x^2 - \sqrt{3}x + 4 ; & 6) f(x) &= -3x^2 + 4x + 3. \\ 7) f(x) &= -9x^2 + 12x - 4 ; & 8) f(x) &= -15x^2 + 11x - 2 ; & 9) f(x) &= 2x^2 - x + 1 \end{aligned}$$

Exercice 8: Factorisation.

Factorise $f(x) = x^2 + 4x + 4$; en déduire une factorisation de $g(x) = (x + 2)(2x - 4) + x^2 + 4x + 4$.

Exercice 9: Inéquation.

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations

$$\begin{aligned} 1) x^2 - 2x - 1 < 0 ; & 2) 3x^2 - 5x + 22 \leq 0 ; & 3) 9x^2 + 6x + 1 \leq 0 ; & 4) 4x^2 - 4x - 1 \geq 0 ; \\ 5) 2x^2 + 2x - 7 > 0 ; & 6) 6x^2 - x - 5 < 0 ; & 7) x^2 + x + 1 \geq 0 ; & 8) x^2 - x - 1 > 0 ; \\ 9) (x^2 + x + 1)^2 < (x^2 - x + 1)^2 ; & & 10) (-3x^2 + 4x - 2)^2 \geq (3x^2 - x + 5)^2 \end{aligned}$$

Exercice 7: « Etude de signe »

Étudier, suivant les valeurs de x , le signe de :

$$\begin{aligned} f_1(x) &= 8x^2 + 8x + 2 ; & f_2(x) &= 2x^2 - 3x + 2 ; & g(x) &= 2x^2 + 2x - 7 ; & f_3(x) &= -9x^2 + 12x - 4 \\ f_4(x) &= -15x^2 + 11x - 2 ; & f_5(x) &= 2x^2 - x + 1 ; & g_1(x) &= 4x^2 - 4x - 1 ; & g_2(x) &= 2x^2 + 2x - 7 ; \\ g_3(x) &= 6x^2 - x - 5 ; & h(x) &= \frac{x+6}{-7x+6} ; & h(x) &= \frac{2x_2+x-3}{-x^2-x-3} ; & h(x) &= \frac{x_2+5x+6}{x^2-7x+6} \end{aligned}$$

Exercice 9:

Un bateau descend une rivière d'une ville A à une ville B, les deux villes étant distantes de 75 km, puis revient à la ville A. La vitesse propre du bateau, inconnue, est notée v ; la vitesse du courant est 5 km/h . La durée totale du déplacement (aller de A à B et retour, temps d'arrêt éventuel en B non compris) est de 8 h.

Pour calculer la vitesse propre du bateau, répondre aux questions suivantes :

1. Exprimer, en fonction de v , la vitesse du bateau par rapport à la rive à l'aller puis au retour.
2. Exprimer, en fonction de v , la durée du trajet à l'aller puis au retour.
3. Calculer la vitesse propre du bateau.