ETUDE DE FONCTIONS

(POLYNOMES – SYSTEMES – FONCTIONS)

Exercice 1

I °) soit P(x) le polynôme défini par $P(x) = -3x^3 - x^2 + 8x - 4$

a) Vérifier que – 2 est une racine du polynôme P.
En déduire une factorisation complète de P(x).

b) Résoudre dans R; P(x) = 0 puis $P(x) \leq 0$

Exercice 2

Soit le polynôme p défini par $P(x) = 6x^3 - 17x^2 - x - 6$

1. Calculer P (3). En déduire une factorisation de P(x)
2. Résoudre dans IR l'équation P(x) = 0 puis $P(x) \leq 0$
3. Soit $f(x) = \frac{P(x)}{x^2 - 5x + 6}$; Déterminer le domaine de définition de f puis simplifier f(x).

Exercice 3

1- Soit *f* la fonction définie par $f(x) = x^3 + x - 2$

a- Calculer *f (1)*. En déduire une factorisation de *f(x)*

b- Résoudre l'équation *f(x) = 0.*

Exercice 4

Soit le polynôme $P(x) = -2x^3 + x^2 + 8x - 4$.

1- Calculer P (2). Factoriser P(x).

2- Résoudre l'équation P(x) = 0 puis l'inéquation $P(x) \geq 0$.

Exercice 5

Soit les fonctions suivantes : $f(x) = x^2 + 1 \quad g(x) = \frac{2x+1}{x-2} \quad h(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes

Déterminer $fog \quad foh \quad goh$

Exercice 6

Résoudre les systèmes d'équations suivants

$$a)\begin{cases} 2x + 3y - 5z = -11 \\ 4x + y - 2z = -8 \\ x - 2y + z = -2 \end{cases} \qquad b)\begin{cases} x - 2y + z = -5 \\ -x + y + 2z = -4 \\ 2x - y - z = 5 \end{cases} \qquad c)\begin{cases} x + 2y + 3z = -2 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ x - 2y + 2z = 1 \end{cases}$$

ETUDE DE FONCTIONS

I) ENSEMBLE DE DEFINITION (DOMAINE DE DEFINITION)

- Si f est une fonction polynôme ; $D_f = IR$
- $f(x) = \dfrac{A(x)}{B(x)}$; $f(x)$ existe ssi $B(x) \neq 0$
- $f(x) = \sqrt{A(x)}$; $f(x)$ existe ssi $A(x) \geq 0$
- $f(x) = \sqrt{\dfrac{A(x)}{B(x)}}$; $f(x)$ existe ssi $\begin{cases} B(x) \neq 0 \\ \frac{A(x)}{B(x)} \geq 0 \end{cases}$

II) ELEMENTS DE SYMETRIE

Soit f une fonction définie sur un ensemble D et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

- **Centre de symétrie**

Le point $A(a\,;b)$ est centre de symétrie de la courbe (C_f) si pour tout $x \in D$, alors $(2a-x) \in D$ *et* $f(2a-x)+f(x)=2b$.

- **Axe de symétrie**

La droite (D) d'équation $x = a$ est axe de symétrie de la courbe (C_f) si pour tout $x \in D$, alors $(a+x) \in D$, $(a-x) \in D$ *et* $f(a+x) = f(a-x)$.

III) LIMITES

- **Limites de fonctions usuelles**

$\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$	$\lim\limits_{x\to-\infty} x^2 = +\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} x^3 = +\infty$	$\lim\limits_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$
$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x} = 0$	$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{x} = 0$	$\lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{1}{x} = +\infty$	$\lim\limits_{x\to0^-} \dfrac{1}{x} = -\infty$

- **Limite d'une fonction polynôme**

La limite d'un polynôme est celle de son terme de plus haut degré.

Exemple : $\lim\limits_{x\to-\infty} x^3 - 2x^2 - 3x - 5 = \lim\limits_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$

- **Limite d'une fraction rationnelle**

La limite en □□□□d'une fraction rationnelle (quotient de 2 polynômes) est celle du quotient simplifié des termes de plus haut degré du numérateur et du dénominateur.

Exemple : $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-5x^2+2x-7}{x^3-4x^2-1} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-5x^2}{x^3} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-5}{x} = 0$

- **Formes indéterminées**

Les quatre formes de limites suivantes sont dites indéterminées :

« $+\infty - \infty$ »	« $0 \times \infty$ »	« $\dfrac{\infty}{\infty}$ »	« $\dfrac{0}{0}$ »

Face à ces formes indéterminées, il convient de transformer l'expression de la fonction pour lever l'indétermination.

IV) ASYMPTOTES

- **Asymptote verticale**

$Si \quad \lim_{x\to a} f(x)=\pm\infty$ alors la droite d'équation $\boldsymbol{x = a}$ est une asymptote verticale à la courbe (C_f) $en + \infty et\ en - \infty$.

- **Asymptote horizontale**

$Si \quad \lim_{x\to\pm\infty} f(x)=b$ alors la droite d'équation $\boldsymbol{y = b}$ est une asymptote horizontale à la courbe (C_f) $en + \infty et\ en - \infty$.

- **Asymptote oblique**

Soit la droite d'équation $y = ax + b$.

$Si \quad \lim_{x\to\pm\infty} [f(x)-(ax+b)]=0$ alors la droite d'équation $\boldsymbol{y = ax + b}$ est une asymptote oblique à la courbe (C_f) $en + \infty et\ en - \infty$.

V) DERIVEES

u et v sont deux fonctions dérivables, k une constante et n un entier naturel

Fonction	Dérivée	Condition d'existence
k	0	
x	1	
x^n	nx^{n-1}	$x \neq 0 \ si \ n<0$
$u+v$	$u'+v'$	
ku	ku'	
$u\times v$	$u'v+v'u$	
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v-v'u}{v^2}$	$v\neq 0$
u^n	$nu'u^{n-1}$	$u\neq 0 \ si \ n<0$

- **Equation de la tangente**

Si f est une fonction dérivable en un point x_0 , alors la courbe représentative de la fonction f $(notée\ C_f)$ admet au point d'abscisse x_0 une tangente.

L'équation de cette tangente est donnée par :

$$\boxed{y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)}$$

Classe :1L

SERIE D'EXERCICES

(Fonctions Numériques)

Exercice1

Déterminer le domaine de définition des différentes fonctions suivantes :

1. $f(x) = \frac{2x}{1-x^2}$ 2. $f(x) = \frac{x^2-9}{x^3+2x^2-3x}$ 3. $f(x) = \sqrt{x^2-5x+4}$ 4. $f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-4}}$

5. $f(x) = \frac{x-1}{x^2+|x|-2}$ 6. $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{1-x}$

$a)\ f(x) = -2x^3+3x^2-5x+1$ $b)\ f(x) = \frac{2x+3}{x^2-7x+6}$ $c)\ f(x) = \sqrt{-5x^2+4x+1}$

$d)\ f(x) = \frac{1-2\sqrt{x-1}}{x-2}$ $e)\ f(x) = \frac{1-2x}{x^2+1}$ $f)\ f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x+5}}$

Exercice2

Etudier la parité des différentes fonctions suivantes

1. $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$ 2. $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$ 3. $f(x) = \frac{x^3-2x}{x^2+1}$ 4. $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}-1}{x}$

5. $f(x) = \sqrt{2x^2+1}$ 6. $f(x) = \sqrt{2x^2+|x|-3}$ 7. $f(x) = \frac{|x|}{x^2+1}$

Exercice3

Montrer que la droite donnée est axe de symétrie pour la fonction

1) $x = -1$ $f(x) = \frac{x^2+2x-2}{2x^2+4x+3}$
2) $x = 1$ $f(x) = \frac{1}{x^2-2x+3}$

Exercice4

Montrer que le point donné est centre de symétrie pour la fonction

1. $I\left(2,-\frac{2}{3}\right)$ $f(x) = \frac{2x(x-3)}{3(x-1)}$
2. $I(-1;-2)$ $f(x) = \frac{x^2+3}{x+1}$
3. $I(3;-7)$ $f(x) = \frac{7x-5}{3-x}$

Exercice 5:

On note (C_f) la représentation graphique d'une fonction f.

Montrer que le point A est centre de symétrie de (C_f).

$a)\ f(x) = (x+1)^3+1$; $A = (-1\ ;\ 1)$

$b)\ f(x) = \frac{1}{x-1}$; $A = (1\ ;\ 0)$

Exercice 6:

On note (C_f) la représentation graphique d'une fonction f.

Montrer que la droite (D) est axe de symétrie de (C_f).

$a)\ f(x) = x^2-4x-1$; $(D): x = 2$

$b)\ f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$; $(D): x = 1$

Exercice7:

Déterminer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to-\infty} (x^3-2x^2-3x-\sqrt{5})$; **b)** $\lim\limits_{x\to-\infty} \left[(3x^2+3x+1)\times(2x^3+5x)\right]$; **c)** $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(2x-3+\frac{4}{x}\right)$

d) $\lim\limits_{x\to+\infty} x^3\left(1-\frac{1}{x}\right)$; **e)** $\lim\limits_{x\to-\infty} -\frac{1}{2}x^3$; **f)** $\lim\limits_{x\to0^+} x\sqrt{x}$; **g)** $\lim\limits_{x\to0^+} -\frac{6}{x^2}$; **h)** $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\frac{1}{x}+2x+3\right)$

i) $\lim\limits_{x\to0^+} \left(\frac{1}{x}+3x^2-2\right)$; **j)** $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(3\sqrt{x}+x^2\right)$; **k)** $\lim\limits_{x\to2^+} \left(\frac{3}{x-2}+5x+7\right)$; **l)** $\lim\limits_{x\to-2^-} \left(\frac{-2}{x+2}+\frac{1}{2}\right)$

Exercice8

Calculer les limites suivantes

$$1.\lim_{-\infty}(x^4+2x) \qquad 2.\ \lim_{+\infty}(x^3-x^4) \qquad 3.\lim_{+\infty}\left(\frac{-3}{x^2+5}\right)$$

$$4.\lim_{-\infty}\left(\frac{3x^2+5x}{1-3x^2}\right) \qquad 5.\ \lim_{+\infty}\frac{x^3}{x^2+3x+5}$$

$$6.\ \lim_{0}\frac{x^3-1}{x}$$

$$7.\ \lim_{1}\frac{3-x}{x^2-2x+3} \qquad 8.\lim_{1}\frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \qquad 9.\ \lim_{4}\frac{2-\sqrt{x}}{4-x} \qquad 10.\ \lim_{1}\frac{-x^3+x}{x-1}$$

$$11.\lim_{-1}\frac{2x^2+5x+3}{2(x+1)} \qquad 12.\ \lim_{2}\frac{x^2-3x+2}{(x-2)^2} \qquad 13.\lim_{+\infty}\frac{\sqrt{x^2-1}}{x+2} \qquad 14.\lim_{-\infty}\frac{\sqrt{x^2-1}}{2x}$$

Exercice9 :

Déterminer la limite en $+\infty$ de la fonction f dans les cas suivants :

(on précisera si la courbe de f admet une asymptote horizontale en $+\infty$)

$\boldsymbol{a})f(x)=x+2\sqrt{x}$ $\qquad$ $\boldsymbol{b})f(x)=\dfrac{1}{x}-\sqrt{3x}$ $\qquad$ $\boldsymbol{c})f(x)=\dfrac{-1}{5x^2}+1$

$\boldsymbol{d})f(x)=\dfrac{1}{x+1}-2$ $\qquad$ $\boldsymbol{e})f(x)=\dfrac{\frac{1}{x}-3}{\frac{1}{x^2}+1}$ $\qquad$ $\boldsymbol{f})f(x)=2x^3-x^2+4x+1$

Exercice10 :

Déterminer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^3-2x^2-3x-\sqrt{5})$; **b)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[(3x^2+3x+1)\times(2x^3+5x)\right]$; **c)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2x-3+\dfrac{4}{x}\right)$

d) $\lim\limits_{x\to+\infty}x^3\left(1-\dfrac{1}{x}\right)$; **e)** $\lim\limits_{x\to-\infty}-\dfrac{1}{2}x^3$; **f)** $\lim\limits_{x\to0^+}x\sqrt{x}$; **g)** $\lim\limits_{x\to0^+}-\dfrac{6}{x^2}$; **h)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1}{x}+2x+3\right)$

i) $\lim\limits_{x\to0^+}\left(\dfrac{1}{x}+3x^2-2\right)$; **j)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(3\sqrt{x}+x^2\right)$; **k)** $\lim\limits_{x\to2^+}\left(\dfrac{3}{x-2}+5x+7\right)$; **l)** $\lim\limits_{x\to-2^-}\left(\dfrac{-2}{x+2}+\dfrac{1}{2}\right)$

Exercice11

Calculer les limites aux bornes du domaine de définition en précisant les asymptotes éventuelles

$f(x)=\frac{x+1}{x-1}$ $\quad$ $f(x)=\frac{-3}{x^2}$ $\quad$ $f(x)=3+\frac{x+2}{x^2+1}$ $\quad$ $f(x)=\frac{1}{x-1}$ $\quad$ $f(x)=\frac{2x^2+3}{x^2-1}$

Exercice12

Calculer la dérivée des fonctions suivantes

1. $f(x)=-2x^3+4x^2+5x-3$ $\quad$ 2. $f(x)=\frac{-3}{x^2}$ $\quad$ 3. $3+\frac{x+2}{x^2+1}$ $\quad$ 4. $f(x)=\frac{1}{x-2}$

5. $f(x)=x^4-x^3-4x^2+6x+5$ $\quad$ 6. $f(x)=\frac{x^2+x-1}{x^2-x-1}$ $\quad$ 7. $f(x)=\sqrt{3x-4}$

8. $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{2x-1}$

Exercice13:

Donner la dérivée des fonctions suivantes :

$a)\ f(x)=-2x^2+6x+1$ $\qquad$ $b)\ f(x)=-\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}-x+3$ $\qquad$ $c)\ f(x)=(3x^2-x+1)^4$

$d)\ f(x)=\dfrac{2x-1}{5-x}$ $\qquad$ $e)\ f(x)=(3x+1)^3\times(3-x)^2$ $\qquad$ $f)\ f(x)=\dfrac{3}{2-5x}$

$g)\ f(x)=\sqrt{x^3-2x^2+5}$ $\qquad$ $h)\ f(x)=(x^2-x+3)(-3x^2+5x)$ $\qquad$ $i)\ f(x)=x+1-\dfrac{4}{x-1}$

$j)\ f(x)=\dfrac{3}{2x+3}+\dfrac{2-5x}{2x-1}$ $\qquad$ $k)\ f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{1-3x}$ $\qquad$ $l)\ f(x)=\dfrac{x^2-3x+1}{x^2+5x+4}$

$o)\ f(x) = \dfrac{3}{\sqrt{2-x}}$

$m)\ f(x) = \dfrac{4x}{-5x^2+3x+1}$ $\quad n)\ f(x) = \dfrac{3}{x-2} - \dfrac{4}{2x-3}$

Exercice 14:

Déterminer une équation de la tangente à la représentation graphique de f au point d'abscisse a.

$a)\ f(x) = x^2 + 5x + 3 \qquad et \qquad a = 3$

$b)\ f(x) = \dfrac{1}{x+1} \qquad et \qquad a = 0$

$c)\ f(x) = \sqrt{x+4} \qquad et \qquad a = 5$

Exercice 15:

On considère la fonction f définie sur]-2 ; + ∞[par :

$f(x) = \dfrac{x^2+x-1}{x+2}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. On indiquera l'existence éventuelle d'une asymptote.
2) Déterminer $f'(x)$et en déduire les variations de f sur son ensemble de définition, on dressera le tableau de variation de f que l'on complétera avec les limites trouvées au 1).
3) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à la courbe (C_f) en +∞.
4) Déterminer les coordonnées des points d'intersection A et B de (C_f) avec l'axe des abscisses.
5) Dans le repère orthogonal d'unité graphique 1cm construire les asymptotes et (C_f).

Exercice 16:

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$ et (C_f)sa courbe représentative.

1) Donner l'ensemble de définitionD_f de f sous forme de réunions d'intervalles.
2) Calculer les limites de$f$ aux bornes de D_f.
3) Etudier les variations de f et dresser le tableau de variation de f.
4) Vérifier que pour tout $x\ de\ D_f, f(x) = x + 1 + \frac{1}{x-1}$
5) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est asymptote à (C_f).
6) Etudier la position relative de $(C_f)\ et$ (D)
7) Démontrer que le point $A(1;2)$ est un centre de symétrie de (C_f).

SUITES NUMERIQUES

I) SUITE ARITHMETIQUE

- **Définition**

On appelle suite arithmétique toute suite (U_n) définie par la relation :

$$\boxed{U_{n+1} = U_n + r \; ; \qquad r \in IR.}$$

$\boldsymbol{r}$ est appelé la raison de la suite arithmétique.

Remarque :

- Pour montrer qu'une suite est arithlétique ilfaut et ilsuffit d'établir que :

$U_{n+1} - U_n = constante$ et cette constante est la raison.

- De même qu'une suite arithmétique est complétement déterminée dés qu'on connait sa raison et sonpremier terme.

- **Terme général d'une suite arithmétique**

Si (U_n) est une suite arithmétique de raison r et de premierU_0alors pour tout $n \in IN$ on a :

$$\boxed{U_n = U_o + nr}$$

D'une façon plus générale si le premier terme de la suite (U_n) est U_p avec $0 \leq p \leq n$ alors :

$$\boxed{U_n = U_p + (n-p)r}$$

- **Somme des termes d'une suite arithmétique**

Soit (U_n) est une suite arithmétique de raison r et de premier U_0.

On note S_n la somme des termes de (U_n). $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n$

$$\boxed{S_n = (n+1) \times \left(\frac{U_0 + U_n}{2}\right)}$$

Si le premier terme est U_p alors $S_n = U_p + U_{p+1} + U_{p+2} + \cdots + U_n$

$$\boxed{S_n = (n-p+1) \times \left(\frac{U_p + U_n}{2}\right)}$$

Retenons pour une suite arithmétique

$$\boxed{S_n = Nombre\ de\ termes \times \left(\frac{premier\ terme + dernier\ terme}{2}\right)}$$

- **Propriété**

Si a, b et c sont trois termes consécutifs dans cet ordre d'une suite arithmétique alors ils vérifient la relation :a +c=2b.

II) SUITE GEOMETRIQUE

- **Définition**

On appelle suite géométrique toute suite (V_n) définie par la relation :

$$\boxed{V_{n+1} = q \times V_n \qquad ; \qquad q \in IR.}$$

q est appelé la raison de la suite géométrique.

Remarque :

- Pour montrer qu'une suite est géométrique il faut et ilsuffit d'établir que :

$\frac{V_{n+1}}{V_n} = constante$ et cette constante est la raison.

- De même qu'une suite géométrique est complétement déterminée dés qu'on connait sa raison et sonpremier terme.

- **Terme général d'une suite géométrique**

Si (V_n) est une suite géométrique de raison q et de premier V_0alors pour tout $n \in IN$ on a :

$$V_n = V_o \times q^n$$

D'une façon plus générale si le premier terme de la suite (V_n) est $V_p$avec $0 \leq p \leq n$ alors :

$$V_n = V_p \times q^{n-p}$$

- **Somme des termes d'une suite géométrique**

Soit (V_n) est une suite géométriquede raison q et de premier V_0.
On note S_n la somme des termes de (V_n). $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$

$$S_n = V_0 \times \left(\frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}\right)$$

Si le premier terme est V_p alors $S_n = V_p + V_{p+1} + V_{p+2} + \cdots + V_n$

$$S_n = V_p \times \left(\frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q}\right)$$

Retenons pour une suite géométrique

$$S_n = premier\ terme \times \left[\frac{1 - (raison)^{nombre\ de\ termes}}{1 - raison}\right]$$

- **Propriété**

Si a, b et c sont trois termes consécutifs dans cet ordre d'une suite géométrique alors ils vérifient la relation : a × c = b^2.

III) CONVERGENCE DES SUITES

Soit (U_n) une suite numérique.

Si $\lim_{n \to +\infty} U_n = l$

alors(U_n)est une suite convergente. On dit que (U_n)converge vers l $(l \in IR)$

Si $\lim_{n \to +\infty} U_n = \pm\infty$

alors(U_n)est une suite divergente. On dit que (U_n)diverge.

(U_n)est aussi dite divergente lorsqu'elle n'admet pas de limite.

- **Convergence des suites arithmétiques**

Théorème : Toute suite arithmétique est divergente.

En effet si (U_n)est une suite arithmétique alors $U_n = U_p + (n-p) \times r$

$$\lim_{n \to +\infty} U_n = \lim_{n \to +\infty} U_p + (n-p) \times r = \pm\infty$$

- **Convergence des suites géométriques**

Soit (V_n) est une suite géométrique de raison q et de premier $V_p$alors $V_n = V_p \times q^{n-p}$

- Si $|q| < 1$alors $\lim_{n \to +\infty} q^n = 0 \Rightarrow \lim_{n \to +\infty} V_n = 0$ $donc\ (V_n)\ converge\ vers\ 0.$
- Si $q > 1$alors $\lim_{n \to +\infty} q^n = +\infty \Rightarrow \lim_{n \to +\infty} V_n = \pm\infty$ $donc\ (V_n)\ est\ divergente.$
- Si q < - 1 alors la limite de q^n lorsque n tend vers +∞ n'existe pas et (V_n) $est\ divergente.$

Classe :1L

SERIE D'EXERCICES

(Suites Numériques)

Exercice 1 :

On considére la suite (U_n)définie par : $U_n = 5 - 2n$.

1) Calculer $U_0, U_1\ et\ U_2$.
2) Démontrer que (U_n)est une suite arithmétique dont on précisera la raison.
3) Que vaut U_{100} ? Calculer la somme $S = U_0 + U_1 + \cdots + U_{100}$.

Exercice 2 :

On considére la suite (U_n) définie par : $U_n = (n+1)^2 - n^2$.

1) Calculer $U_0, U_1\ et\ U_2$.
2) La suite (U_n)est-elle arithmérique ? Si oui préciser sa raison.
3) Que vaut U_{99} ? Calculer la somme $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 195 + 197 + 199$.

Exercice 3 :

On considére la suite (U_n) définie par : $U_{n+1} = U_n + \frac{1}{2} \quad et \quad U_0 = 0$.

1) Calculer $U_1, U_2\ et\ U_3$.
2) Justifier que (U_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison.
3) Que vaut U_{100}?
4) Etudier la convergence de la suite (U_n).

Exercice 4 :

La suite (U_n) est arithmétique de raison $r = 8$. On sait que $U_{100} = 650$. Que vaut U_0 ?

Exercice 5 :

Calculer la somme $S = 1 + 2 + 3 + \cdots + 998 + 999$.

Exercice 6:

La suite (U_n) est arithmétique de raison r. On sait que $U_{50} = 406\ et\ U_{100} = 806$.

1) Calculer la raison $r\ et\ U_0$.
2) Calculer la somme $S = U_{50} + U_{51} + \cdots + U_{100}$

Exercice 7:

On considère une suite géométrique (V_n) de premier terme $V_1 = 1$ et de raison $q = -2$.

1) Calculer $V_2, V_3\ et\ V_4$.
2) Calculer V_{20}.
3) Calculer la somme $S = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots + V_{20}$.

Calculer les sommes suivantes :

$S_1 = 1 + 3 + 9 + 27 + 81 + \cdots + 59049$ et $S_2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \cdots + 999$

(Dans les deux cas, on précisera s'il s'agit d'une somme de termes d'une suite arithmétique ou géométrique, ainsi que la raison correspondante).

Exercice 8:

On dispose d'un capital $C_0 = 150.000\ F$.

Le 1er janvier 2000, on place ce capital sur un compte à intérêts composés de 3% par an.

1) Calculer le capital C_1 obtenu au bout d'un an.
2) Calculer le capital C_7 obtenu au bout de 7 ans.
   De quel pourcentage a augmenté le capital pendant ces 7 années ?
3) Combien d'années faut-il laisser cet argent sur le compte afin d'avoir un capital d'au moins 200.000F ?

Exercice 9:
Le prix du kilogramme de sucre était de P_0=75F en 1970, on admet que ce prix augmente régulièrement de 7% par an. On désigne par P_n le prix du kilogramme de sucre en (1970+n)
1) Exprimer P_{n+1} en fonction de P_n, en déduire la nature de la suite de terme général P_n et l'expression de P_n en fonction de n. $(n \in N)$.
2) Quel est le prix du kilogramme de sucre en 1972 ? en 1980 ?
3) A partir de quelle année ce prix dépassera- t-il 750F.

Exercice 10 :
Ndam est un petit village de la communauté rurale de Ndiaganiao de 1200 habitants. D'après un recensement effectué en 1990, le taux d'accroissement annuel de cette production est de 5%.
On désigne par P_0 sa population en 1990 et d'une manière générale P_n sa population en (1990+n), $n \in N$.
1) Calculer P_1et P_2.
2) a) Exprimer P_n en fonction de P_{n-1}, pour $n \geq 1$.
   b) En déduire que (P_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier
terme. Exprimer P_n en fonction de n.
3) Au bout de combien d'années, la population de ce village dépassera-t-elle 1500 habitants pour la première fois.

Exercice 11:
Au Sénégal, le prix de la baguette de pain est 150 francs, en 2012 (année 0).
Lors de la campagne électorale deux candidats A et B exposent aux sénégalais leurs programmes.

- Extrait du programme de A :« Je vous promets une diminution de 10% par année, sur le prix de la baguette de pain.»

On note P_n le prix de la baguette en (2012 + n).

1) Calculer P_1 et P_2 .
2) Exprimer P_{n+1} en fonction de P_n. En déduire la nature (P_n).
3) Calculer le prix de la baguette de pain au bout de 5 années.

- Extrait du programme de B :«A l'issue de calculs mathématiques, nous avons établi la formule suivante : P_n=15(10 – n) donnant le prix de la baguette de pain en (2012 +n).»

1) Vérifier que P_0 = 150.
2) Calculer P_1 et P_2 .
3) Quelle est la nature de la suite (P_n) ?
4) Au bout de combien d'années le prix de la baguette de pain baissera-t-il jusqu'à 90F ?

Après avoir étudié ces deux extraits des programmes de A et B, pour qui voterez-vous en 2017 ?

Exercice12 :
A / Soit (U_n) la suite réelle définie par U_0 fixé et pour tout $n \in N$: $U_n = 1{,}05U_{n-1} + 1000$
Soit (V_n) la suite réelle définie par : $V_n = U_n + 20\,000$
1) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique.
2) a) Calculer V_n en fonction de V_0 et n.
   b) En déduire U_n en fonction de U_0 et n.

B/ En février 1995, la population électorale d'une commune était de 20 000 électeurs. Chaque année cette population électorale augmente de 5% et de plus, 1000 électeurs supplémentaires viennent s'y établir définitivement.

1) Préciser la population électorale en février 2000 dans cette commune.

2) Etant donné que le taux d'abstention est de 20%, déterminer le nombre de votants dans cette commune en février 2000.

Exercice 13 :

Un capital C_0 de 10 000 F rapporte 4,5% d'intérêts par an. Chaque année, les intérêts sont capitalisés.

On note le capital disponible au bout de n années.

1) Démontrer que la suite (C_n) est géométrique.
2) Calculer la plus petite valeur de n pour laquelle $C_n \geq 2C_0$.
3) Déterminer le taux d'intérêts t nécessaire pour que le capital ait doublé au bout de 10 ans.

Exercice14 :

1°) La production d'une entreprise est en progression arithmétique et atteint 12 000 exemplaires la sixième année. La production totale au cours de ces 6 années aura été de 58 500 exemplaires (on pourra appeler u_n la production de la $n^{ième}$ année).

a) Calculer la production de la première année u_1 et la raison r de la progression.
b) Au bout de combien d'années, si la politique de production ne change pas, la production de l'entreprise dépassera-t-elle le double de la production initiale ?

2°) Une autre entreprise a commencé sa production avec 7 500 exemplaires. Elle augmente sa production de 10% chaque année par rapport à la production de l'année précédente.

a) En appelant v_n la production de cette entreprise la $n^{ième}$ année, montrer que la suite est une suite géométrique dont on déterminera la raison q. Calculer la production de cette entreprise la $6^{ième}$ année.
b) Au bout de combien d'années, dans ces conditions, la production dépassera-t-elle le double de la production initiale ?

Exercice15:

La production céréalière d'un pays est estimée à 1 200 000 tonnes le 1^er^ janvier 2000.

A cause de la sécheresse, une baisse annuelle de 3% est notée au niveau de cette production. On note P_n la production céréalière de ce pays le 1^er^ janvier (2000+n) $n \in N$.

1) Quelle sera la production céréalière de ce pays le 1^er^ janvier 2001 ? Le 1^er^ janvier 2002 ?
2) Exprimer P_{n+1} en fonction de P_n.
3) Montrer que (P_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
4) Exprimer P_n en fonction de n.
5) En quelle année, la production sera-t-elle inférieure pour la première fois à la moitié fois à la moitié de la ~~production~~ initiale ?

DENOMBREMENT

1) Vocabulaires

Ensemble : on appelle ensemble une collection d'objets

Sous-ensemble : on appelle sous ensemble ou partie d'un ensemble E l'ensemble des éléments qui sont en même temps élément d'un ensemble A et de B

Exemple : l'ensemble des garçons de TL

Cardinal d'un ensemble : On appelle cardinal d'un ensemble le nombre éléments qui contient cet ensemble

Exemple : $E = \{a, b, c\}$ Card E= 3

Réunion des ensembles : soit A et B deux ensembles A U B est l'ensemble des éléments de A et B

Exemple : $A = \{a, b, c\}$ $B = \{1, 2, 3\}$ $A \cup B = \{a, b, c, 1, 2, 3\}$

Intersection d'ensembles : on appelle intersection d'ensembles l'ensemble des éléments commun à A et à B

Exemple : $A = \{a, b, c, 1, 2\}$ $B = \{a, 1, 2, 3, 4\}$ $A \cap B = \{a, 1, 2\}$

Et = x **Ou = +** **Aucun = 0** **Au plus 2 = 1 ou 2 ou 3 …..**

Au moins 2 = 2 ou 3 ou 4 ou ……………….

2) p-listes d'un ensemble fini.

a. Définition :

Soit F un ensemble fini non vide de n éléments et E un ensemble de p éléments

On appelle p-liste le nombre d'application de E(p) vers F(n)

L'ordre des éléments est important, la répétition est possible..

Exemple ;

Soit $E = \{a, b\}$ $F = \{1, 2, 3\}$

Théorème : Le nombre de p-liste d'un ensemble fini à n éléments est n^p.

NB : on a un p – liste si le tirage est **successif avec remise,**

b. Exercices d'application

I- Une urne contient 5 jetons numérotés de 1 à 5. On effectue 4 tirages successifs avec remise.

1) Donner un résultat possible.
2) Déterminer le nombre de résultats possibles.

II- On jette trois fois de suite un pièce de monnaie en notant à chaque fois la partie située au dessus. En utilisant un arbre déterminé le nombre de résultats possibles.

3) Arrangement-

a. Définition

Soit E un ensemble fini à n éléments, un arrangement de p éléments ou p-arrangement de E est une p-liste formée d'éléments deux à deux distincts de E ($p \leq n$)

L'ordre des éléments est important et la répétition impossible..

Exemple : Soit $E=\{a,b\}$ $F=\{1,2,3\}$

Théorème : Soit E un ensemble fini non vide de cardinal n et p un entier tel que $1 \le p \le n$. le nombre d'arrangement d'ordre p de E est égal à :

$n\times(n-1)\times\ldots\times(n-p+1)$.

Le nombre d'arrangement de p éléments de E est noté A_n^p.

Et A_n^p = $\mathbf{n\times(n-1)\times\ldots\times(n-p+1)} = \frac{n!}{(n-p)!}$

On rappelle que n ! = n(n-1) (n-2)…2×1(se lit n factorielle, ou factorielle n) et que par convention 0 ! = 1.

NB : on a un arrangement si le tirage est **successif sans remise**

b. **Exercices d'application**

Vingt chevaux participent a une course. <on appelle tiercé l'arrivée des trois premiers. 1) Déterminer le nombre de tiercé, en supposant qu'il n'y a pas d'ex æquo.

2) Déterminer le nombre de façon de placer 10 personnes sur 15 chaises sachant que 2 personnes ne peuvent pas être sur la même chaise.

4) Permutation

Définition :

Soit E un ensemble à n éléments. On appelle permutation de E tout arrangement à n éléments de E.

Propriété : Le nombre de permutations d'un ensemble à n éléments est n !

Exemples :

1) Déterminer le nombre de façon de disposer cinq drapeaux de cinq pays différents.

2) On appelle anagramme d'un mot tout mot ayant un sens ou non formé avec les lettres qui le composent ; déterminer le nombre d'anagrammes des mots AFRIQUE ; ANAGRAMME.

5) Combinaison

Définition

Soit E un ensemble à n élément et p un entier naturel tels que : $n \ge p$. on appelle Combinaison p à p éléments de l'ensemble E de n éléments tout sous ensemble de ayant p éléments

L'ordre des éléments n'est pas important.

Propriété Le nombre total de ces combinaisons est noté $C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$.

Remarque :

Soit E un ensemble fini à n éléments :

1. il y'a une seule partie à 0 élément, c'est l'ensemble vide ; donc $C_n^0=1$

2. il y'a une seule partie à n éléments, c'est l'ensemble E lui-même ; donc C_n^n =1.
3. Il y'a n éléments dans E donc n singletons ; donc C_n^1 = n

NB : on a une combinaison si le tirage est **hasard,** **simultané**

Exercices d'applications

1- un sac contient 15 boules numérotées de 1 à 15, on tire simultanément 3 boules dans le sac. Déterminer le nombre de tirages possibles.

2- Dans une classe de 25 élèves on choisit au hasard 5 élèves pour représenter la classe à une réunion.

Déterminer le nombre de choix possibles.

Exemple1 :

1) Pour aller l'école Moussa doit porter un tenu comportant : un pantalon, une chemise, une paire de chaussures et un sac. Il dispose de 5 pantalons, 7 chemises, 3 paires de chaussures et 2 sacs.

Déterminer le nombre de tenus possibles.

2) un sac contient 4 jetons blancs et 3 jetons noirs. On tire successivement avec remise 5 jetons dans le sac. Déterminer le nombre de tirages contenant exactement :

- 4 jetons noirs.
- Un seul jeton blanc en dernière position.

Exemple2 :

Un sac contient 4 jetons blancs et 3 jetons noirs. On tire successivement avec remise 5 jetons dans le sac. Déterminer :

- le nombre de tirages unicolore.
- Le nombre de tirage comportant au moins un jeton noir
- Le nombre de tirage comportant au plus 2 jetons blancs

Classe :1L

SERIE D'EXERCICES
(Dénombrement)

EXERCICE1

Une caisse contient 6 tee-shirts bleus et 4 tee-shirts rouges.

1) Un non-voyant tire au hasard et simultanément trois tee-shirts de la caisse qu'il donne à trois de ses amis non-voyants.

Calculer le nombre de possibilités des événements suivants :

A : « Les 3 tee-shirts sont rouges »

B : « Au moins un des tee-shirts tirés est rouge »

C : « Le non-voyant a tiré plus de tee-shirts bleus que de tee-shirts rouges »

2) Cette fois ci le non-voyant procède à un tirage successif avec remise de 3 tee-shirts de la caisse.

Calculer le nombre de possibilités de chacun des événements suivants :

D : « Le premier et le dernier tee-shirt tirés sont bleus »

E : « il n'a tiré aucun tee-shirt bleu »

EXERCICE2

La confédération africaine de football décide de classer par ordre les 3 meilleurs joueurs africains de l'année 2002, parmi un groupe de 10 joueurs choisis par les journalistes sportifs.

Parmi les 10 joueurs figurent 3 sénégalais : El hadji DIOUF, Pape Bouba DIOP et Henri CAMARA :

1) Calculer le nombre de classements possibles.

2) Calculer le nombre de classements tels que :

a) Les 3 joueurs choisis soit tous des sénégalais.

b) El hadji DIOUF soit élu meilleur joueur parmi les 3 joueurs choisis.

c) El hadji DIOUF figure parmi les 3 joueurs choisis.

d) Seul le premier des 3 joueurs choisis, est Sénégalais.

e) Il y a au moins un sénégalais parmi les 3 joueurs choisis.

EXERCICE3

A la fin d'un match de football des lions du Sénégal sanctionné par un match nul, cinq joueurs à savoir COLY, FADIGA, FAYE, DIOUF et CISSE sont choisis pour exécuter chacun un penalty et un seul.

1) De combien de façons peut-on ranger les cinq tireurs dans un ordre d'exécution de leur penalty ?

2) Calculer le nombre de possibilité des événements suivants :

A : « Le premier tireur est FADIGA ».

B : « Le premier tireur a un nom commençant par F »

C : « Les deux premiers tireurs ont un nom commençant par la même lettre »

D : « DIOUF tire immédiatement après FADIGA ».

EXERCICE4

Un sac contient 10 boules blanches numérotées de 1 à10 ; 2 boules rouges numérotées de 1 à 2 ; et 3 boules noires numérotées 1, 2 et 3.

1. On tire simultanément 3 boules du sac. Calculer le nombre de possibilité des événements A, B, C et D suivant :

A : « tirer 3 boules blanches »

B : « tirer 1 rouge et 2 noires »

C : « tirer 3 boules de même couleur »

D : « tirer 3 boules portant le même numéro »

2. On tire successivement sans remise 3 boules du sac .Calculer le nombre de possibilité des événements E et F suivants.

E : « tirer une blanche, une noire et une rouge dans cet ordre. »

F : « tirer deux blanches et une noire. »

EXERCICE 5

Une pièce de théâtre est jouée par un groupe de 10 acteurs (et actrices) désignés au hasard dans un troupe de 25 artistes comportant 14 femmes et 11 hommes dont DIEK et NGOR.

1) De combien de façons peut-on choisir le groupe de 10 acteurs pour jouer la pièce ?

2) Combien y a-t-il de groupes comprenant seulement 3 hommes ?

3) Combien y a-t-il de groupes comprenant autant de femmes que d'hommes ?

4) combien y a-t-il de groupes comprenant au moins 2 femmes ?

5) Combien y a-t-il de groupes comprenant NGOR ?

6) Combien y a-t-il de groupes comprenant NGOR et DIEK ?

7) Combien y a-t-il de groupes comprenant NGOR ou DIEK ?

8) Combien y a-t-il de groupes comprenant ni NGOR ni DIEK ?

9) Combien y a-t-il de groupes comprenant NGOR et pas DIEK ?

EXERCICE 6

Une urne contient 10 jetons indiscernables au toucher, sur lesquels on a inscrit des nombres :

3 jetons portant le nombre 15 ; 5 jetons le nombre 10 ; et 2 jetons le nombre 20.

On tire simultanément 2 jetons de l'urne.

NB : Tous les résultats seront donner sous forme de fraction irréductibles.

1) Calculer le nombre de possibilité des événements :

A : « obtenir 2 jetons portant le même nombre ».

B : « obtenir 2 jetons portant des nombres pairs ».

C : « tirer 2 jetons portant des nombres de même parité ».

2) On effectue la somme des nombres obtenus.

Compléter le tableau suivant, et calculer le nombre de possibilité de l'événement D « obtenir une somme supérieure a 33 »

Nombres tirés	15 et 15	15 et 10	- -	10 et 10	- -	- -
Somme des deux nombres						

SERIES STATISTIQUES

1) **Concepts de Bases**

Notes x_i	4	7	8	9	11	12	14	15	18
Effectifs n_i	1	2	2	2	3	4	2	3	1
Fréquence f_i	0,05	0,1	0,1	0,1	0,15	0,2	0,1	0,15	0,05
FCC	0,05	0,15	0,25	0,35	0,50	0,7	0,8	0,95	1

2) **Les Caractéristiques**

Mode ; le mode est la modalité qui a le plus grand effectif

12 est le mode de cette série

Médiane la médiane est la modalité dont sa fréquence cumulée croissante dépasse pour la première fois 0,5

11 est la médiane de cette série

Fréquence :

La fréquence de la modalité x_i est le nombre $f_i = \frac{n_i}{N}$ ou n_i est l'effectif de la modalité x_i et N l'effectif total $N = n_1 + n_2 + \ldots + n_p = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Remarque : $\sum_{i=1}^{p} f_i = \frac{n_1 + n_2 + \ldots n_p}{N} = 1$

Moyenne : La moyenne de cette série est le réel noté $\bar{x}$ définie par :

$$\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \ldots + n_px_p}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_ix_i}{N} \text{ ou } \bar{x} = f_1x_1 + f_2x_2 + \ldots f_px_p = \sum_{i=1}^{p} f_ix_i .$$

Variance : La variance de cette série est le réel **positif V(x)** définie par :

$$V(x) = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + n_p(x_p - \bar{x})^2}{N} = \frac{1}{N}\sum n_i(x_i - \bar{x})^2 \quad (1)$$

Ou

$$V(x) = f_1(x_1 - \bar{x})^2 + f_2(x_2 - \bar{x})^2 + \ldots f_p(x_p - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{p} f_i(x_i - \bar{x})^2 . \qquad (2)$$

Ou

$V(x) = \frac{1}{N}(n_1x_1^2 + n_2x_2^2 + \ldots n_px_p^2) - \bar{x}^2$ (3) ***moyenne des carrés – le carré de la moyenne***

Remarque : pour effectuer un calcul de la variance, la formule (3) qui porte le nom de formule de König est en général plus simple à utiliser.

Ecart type l'écart type d'une série statistique est la racine carrée de la variance on le note $\sigma_X = \sqrt{V(x)}$

Exercice d'application

On donne les notes de 20 élèves à un devoir de mathématiques : 12; 9; 11; 14; 9; 8 ; 15 ; 7 ; 4 ; 18 ; 12 ; 7 ; 14 ; 12 ; 15 ; 8 ; 15 ; 11 ; 12 ; 11.

1. Dresser le tableau des effectifs et des fréquences de cette série notée X.

2. Calculer la moyenne, la variance et l'écart type de cette série.
3. regrouper les notes par classe d'amplitude 4, puis calculer la moyenne, la variance et l'écart type correspondant.

Solution :

1. Tableau des effectifs et des fréquences

Notes x_i	4	7	8	9	11	12	14	15	18
Effectifs n_i	1	2	2	2	3	4	2	3	1
Fréquence f_i	0,05	0,1	0,1	0,1	0,15	0,2	0,1	0,15	0,05

2. **la moyenne** de cette série est

Soit $\bar{x} = \frac{224}{20} = 11,2$

Calcule de la variance

$V(x) = \frac{1}{20}(4^2\times 1 + 7^2\times 2 + 8^2\times 2 + 9^2\times 2 + 11^2\times 3 + 12^2\times 4 + 14^2\times 2 + 15^2\times 3 + 18^2\times 1) - 11,2^2$

Soit $V(x) = \frac{2734}{20} - 11,2^2 = 11,26$

L'écart type est $\sigma(x) = \sqrt{11,26}$ soit $\sigma(x) = 3,33$.

3.

Classe	[4 ;8[	[8 ;12[	[12 ;16[	[16 ;20[
Effectif	3	7	9	1
centre	6	10	14	18

Rappel : le centre de l'intervalle [a ; b[est le nombre $\frac{a+b}{2}$

les centres des intervalles seront considérés comme les modalités

On trouve $\bar{x} = \frac{232}{20} = 11,6$ $V(x) = \frac{2896}{20} - (11,6)^2$ soit $V(x) = 10,24$ et $\sigma(x) = 3,2$

II) SERIE STATISTIQUE A DEUX VARIABLES

1) Définition

On appelle série statistique double d'une population pour les caractères X et Y l'application qui à chaque élément de p associe le couple $(x_i ;y_i)$ ou $x_i$et y_i sont des valeurs des caractères X et Y

Le résultat de cette observation peut être présenté sous deux formes

- **Données non groupés**

individu	1	2		n
Valeurs de X	X_1	X_2		X_n
Valeur de Y	Y_1	Y_2		Y_n

2) Nuage des Points

Voir cours

3) Point Moyen

$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$

4) **Covariance**

La covariance d'une série double (X,Y) est le réel noté cov(X,Y) ou $\sigma_{X\,y}$ défini par :

$$\sigma_{X\,y} = \frac{n_{11}x_1y_1 + n_{12}x_1y_2 + \ldots}{N} \quad \frac{1}{N}\sum n_{i\,j}x_iy_j - \bar{x}\,\bar{y}$$

5) Droite de Régression y en x et de x en y

a) La droite de régression de y en x

Il existe une droite qui minimise la somme des carrés des distance verticales des points du nuage à la courbe: c'est la dernière droites des moindres carrés ou droite de régression de y en x .Elle a pour équation

$$\boxed{\mathbf{D}^{\mathbf{y}}/_{\mathbf{x}}: \mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}} = \mathbf{a}(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})}$$

$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{cov(x,y)}}{\mathbf{V(x)}}$

b) La droite de régression de x en y

Il existe une autre droite qui minimise la somme des carrés des distances horizontales des points du nuage à la courbe. C'est la deuxième droite des moindres carrés ou droite de régression de x en y $\boxed{\mathbf{D}^{\mathbf{x}}/_{\mathbf{y}}: \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}} = \mathbf{a}(\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}})}$

$\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{cov(x,y)}}{\boldsymbol{V(y)}}$

Remarque

i) $\boldsymbol{D}^{\boldsymbol{x}}/_{\boldsymbol{y}}$ **: a pour coefficient directeur** $\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{a}}$

ii) $\boldsymbol{D}^{\boldsymbol{y}}/_{\boldsymbol{x}}$ **: a pour coefficient directeur a**

Le point $G(\bar{x},\bar{y})$appartient aux deux droites de régression est le point moyen du nuage ou barycentre du nuage

III) Corrélation Linéaire

Il existe un nombre qui permet de mesurer de mesurer la proximité entre les droites de régression : c'est le coefficient de corrélation linéaire qui permet donc de mesurer la liaison entre les deux variable x et y il est noté r_{xy}et on a

$r_{xy} = \frac{Cov(x,y)}{\sigma(x)\sigma(y)}$

Propriétés

i) $r^2 = a \times a'$

ii) $r^2 \leq 1 \Leftrightarrow |r| < 1 \Leftrightarrow -1 \leq r \leq 1$

Interprétation

- **Si** $|r| < 1$ on a une **liaison fonctionnelle** entre x et y ceci est un idéal
- **Si** $\boldsymbol{r} = \mathbf{0}$ on a **une indépendance totale** (exceptionnelle)
- Si $\mathbf{0,87} < |r| < 1$ on a **une forte corrélation**

Classe :1L

SERIE D'EXERCICES

(Statisques)

Exercice1

Le tableau suivant donne le poids y d'un enfant en fonction de son âge x

x	0	1	2	4	7	11	12
y	3,5	6,5	9,5	14	21	32,5	34

1) Représenter le nuage $\begin{cases} (ox): 1cm \rightarrow 1 \ année \\ (oy): 1cm \rightarrow 5 \ Kg \end{cases}$

Est –t-il légitime d'envisager un ajustement affine

2) Calculer le coefficient de corrélation linéaire puis l'interpréter

3) Quel serait le point d'un enfant de 15 ans

Exercice2

Dans une classe de première S de 20 élèves, on a relevé les poids (X) en kg et tailles (Y) en cm des élèves

X	54	63	60	58	63	83	83	83	72	68
Y	165	183	178	168	175	180	173	180	173	179

X	66	72	66	67	72	68	83	76	76	68
Y	175	180	168	171	173	178	183	168	173	178

1. Dresser le tableau de contingence.
2. Calculer σ_X ,σ_y et σ_{Xy} .
3. En déduire le coefficient de corrélation.
4. a) On ne s'intéresse maintenant qu'à tout les élèves dont le poids est 83kg. Combien y en a – t il ?
   b) Calculer les fréquences : f(173/83) et f(165/83).
5. a) On ne s'intéresse maintenant qu'à tout les élèves dont la taille est 180cm. Combien y en a – t il ?
   b) Calculer les fréquences f(54/180) et f(58/180)

Exercice 3

Une entreprise a mis au point un nouveau produit et cherche à en fixer le prix de vente. Une enquête est réalisée auprès des clients potentiels ; les résultats sont donnée dans le tableau suivant où les y_i représentent le nombre d'exemplaires du produit que les clients sont disposés à acheter si le prix de vente , exprimé en milliers de francs, est x_i

x_i	60	80	100	120	140	160	180	200
y_i	952	805	630	522	510	324	205	84

On appelle x la variable statistique dont les valeurs sont x_i et y celle dont les valeurs sont les y_i .

1. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de x et y. la valeur trouvée justifie- t-elle la recherche d'un ajustement linéaire ?
2. Déterminer l'équation de la droite de régression de y en x.

Exercice 4:

Le tableau suivant donne les indices des prix à la consommation pour les années 1990 à 1997.

Année	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Indice y_i	100	103,2	105,7	107,9	109,7	111,6	113,8	115,2

1) Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal (2cm représente une année en abscisse et 1cm représente un point d'indice en ordonnée ; faire débuter la graduation à 100 sur l'axe des ordonnées).

2) Calculer les coordonnées du point moyen et placer ce point.

3) Déterminer une équation de la droite d'ajustement linéaire par la méthode de Mayer.

4) Donner une estimation de l'indice en l'an 1999.

Exercice5 :

A un examen, on a recensé les notes de 6 candidats en mathématiques et en économie. Le tableau ci-dessous donne les notes obtenues :

Candidat n°	1	2	3	4	5	6
Mathématiques	13	7	12	15	9	4
Economie	10	13	12	4	11	10

1) Pour chacune des matières, calculer la moyenne en donnant le détail des calculs.
2) Faire de même pour la variance et l'écart type.
3) Comparer les deux séries et commenter.
4) Retrouver les résultats numériques trouvés, en entrant les données dans une calculatrice.

Exercice 6:

Le tableau suivant donne la dépense, en millions de francs, des entreprises en produits informatiques (matériels, logiciels, réparations) de 1990 à 1999 :

Année	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Rang x_i de l'année	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Dépense y_i	398	451	423	501	673	956	1077	1285	1427	1490

1) a) Dessiner le nuage de points $M_i(x_i ; y_i)$dans le plan muni d'un repère orthogonal avec, pour unités graphiques 1 cm pour un rang en abscisse, 1cm pour 200 millions d'euros en ordonnée.

b) Déterminez les coordonnées de G, point moyen de nuage. Placez le point G.

2) Déterminer une équation de la droite d'ajustement linéaire par la méthode de Mayer. (Les coefficients seront arrondis à 0,1 prés).

3) Tracer cette droite dans le même repère. Le point G appartient-il à cette droite ?

4) En utilisant cet ajustement, effectuer une prévision sur les dépenses de l'année 2005.